en M subconjuntos $S_i^{(M, \frac{L_0}{M})}$, cuyo signo, positivo o negativo, determina el signo final de las salidas de los ESSCs.

5.5. Conclusiones

Los códigos T-ZCZ son de gran interés en aplicaciones cuasi-síncronas, y pueden ser un buen sustituto de los CSS cuando el número de usuarios simultáneos es mayor que dos: asignando un par de secuencias a cada usuario es posible trabajar hasta con M usuarios simultáneos sin que se produzcan interferencias en una zona acotada; con los CSS, sin embargo, es necesario asignar M secuencias a cada usuario. Por otro lado, y en contra de lo que ocurre con los códigos LS, no es necesario insertar ceros de guarda en emisiones periódicas. Se resumen a continuación las aportaciones de este capítulo en la codificación con códigos T-ZCZ:

- Se han presentado nuevos esquemas de generación de códigos T-ZCZ que suponen una mejora en dos aspectos fundamentales respecto a los métodos ya existentes [ZLH04, ZLH05] (véase la sección 3.5):
 - ▷ Mayores áreas con zonas de correlación cero e interferencias de menor magnitud en las áreas en donde dichas interferencias están restringidas.
 - Posibilidad de emplear generadores y correladores eficientes que reducen el número de operaciones a realizar en comparación con esquemas de generación y correlación convencionales. De este modo, resulta viable el empleo de los códigos T-ZCZ en entornos que requieran procesamiento en tiempo real.

Los esquemas de codificación propuestos derivan de los algoritmos de generación de CSS y UCSS descritos en [DMUH⁺07b]. En función de cómo se agrupen los bits de dichos CSS pueden construirse distintas familias de códigos T-ZCZ: T-ZCZ₁, T-ZCZ₂ y T-ZCZ₃ a partir de los métodos 1, 2 ó 3 y usando un único CSS; y T-ZCZ_{1'}, T-ZCZ_{2'} y T-ZCZ_{3'} empleando también los métodos 1, 2 ó 3 pero utilizando como base M conjuntos incorrelados de secuencias complementarias. De entre estos códigos, se ha comprobado que los T-ZCZ₁, T-ZCZ_{2'} y T-ZCZ_{3'} son los que mejores propiedades de correlación presentan, redundando además en una implementación más eficiente de sus correladores asociados.

 Se han analizado las propiedades de correlación de los códigos propuestos, determinando el tamaño de las áreas libres de interferencias y observando además la aparición de valores nulos en la zona con interferencias. En este sentido, mediante algoritmos de búsqueda exhaustiva se ha proporcionado un listado de los códigos T-ZCZ que presentan menores valores de cota y menor número de valores no nulos en dicha zona con interferencias. De este modo se reducen los efectos de las interferencias ISI y MAI cuando alguna emisión se recibe fuera de la zona de correlación cero central. Utilizando los códigos T-ZCZ propuestos el valor máximo de interferencia auto-inducida es del orden de la mitad de la magnitud del pico principal de la SACF, por lo que este último continúa siendo fácilmente distinguible.

• Se han propuesto algoritmos eficientes de generación y correlación que reducen significativamente el número de operaciones a realizar. Los algoritmos de generación permiten, a partir de la secuencia elemental $\delta[\tau]$, obtener familias con M códigos T-ZCZ incorrelados en la IFW. Del mismo modo, los correladores propuestos realizan la correlación de la señal de entrada simultáneamente con los M códigos ortogonales generalizados de una familia T-ZCZ, empleando para ello un número de operaciones mucho menor que un correlador directo convencional.

Por ejemplo, para una familia T-ZCZ₁ con M = 8 códigos de longitud L = 4096 bits, considerando $DW = N_{SM} = O_f = 1$, las necesidades de memoria y operaciones realizadas son: a) ETZC₁: 292 operaciones y 25200 posiciones de memoria; y b) correlador directo: 131056 operaciones y 69840 posiciones de memoria.

Asimismo, la estructura modular de los generadores y correladores presentados en este capítulo facilitan su implementación hardware en dispositivos configurables como las FPGAs. Es más, partiendo de la implementación VHDL descrita en el capítulo anterior para el ESSC, basta con instanciar tantas veces como sea necesario dicho componente ESSC y añadir, cuando proceda, etapas de retardo cuyas salidas serán sumadas o restadas en función del código T-ZCZ a detectar.

Finalmente, cabe mencionar que la elección de códigos T-ZCZ generados mediante un método u otro depende de la longitud de código y tamaño de las IFWs deseadas, así como de las restricciones derivadas del trabajo en tiempo real. Con el método 1, las IFWs W_A y W_C obtenidas alrededor del origen son muy reducidas cuando el número de etapas N del generador de CSS es impar. En este sentido, los códigos que tienen una mayor área central sin interferencias son los T-ZCZ_{3'}, según puede observarse en la figura 5.31. Sin embargo, son estos códigos T-ZCZ_{3'} los que tienen valores de cota de correlación máximos más altos (véase la figura 5.32). Por otro lado, si se considera la implementación del correlador asociado, los códigos que menos operaciones y memoria necesitan son los T-ZCZ₁, mientras que los T-ZCZ_{2'} tienen necesidades computacionales mayores, como puede verse en la figura 5.33 para el caso de trabajar con M = 8 códigos T-ZCZ. Nótese que cuando M = 4 el ETZC₁ y ETZC_{3'} requieren el mismo número de operaciones y recursos de memoria.



Figura 5.31: Porcentaje de zona libre de interferencias alrededor del origen respecto a la longitud total del código, para códigos T-ZCZ₁, T-ZCZ₂' y T-ZCZ₃'.



Figura 5.32: Comparación de los valores de cota θ obtenidos con códigos T-ZCZ₁, T-ZCZ_{2'} y T-ZCZ_{3'}.



Figura 5.33: Comparativa del número de operaciones y recursos de memoria requeridos por los correladores ETZC_1 , $\text{ETZC}_{2'}$ y $\text{ETZC}_{3'}$, cuando M = DW = 8.

Capítulo 6

Resultados prácticos con señales ultrasónicas

La demanda de aplicaciones que ofrezcan servicios a una entidad en un entorno controlado, y de modo no invasivo, ha propiciado la investigación en "entornos inteligentes" y "computación ubicua" [Wei91, HB01]. Una de las tareas a resolver en estos casos es la ubicación de las entidades a las que prestar el servicio, o de los dispositivos móviles de ayuda. De entre las distintas posibilidades, los sistemas de posicionamiento local (LPS) permiten calcular la posición exacta de los mismos en entornos interiores. En este capítulo se describe un sistema de posicionamiento local (LPS) basado en la emisión de señales ultrasónicas codificadas según los algoritmos descritos en capítulos anteriores, y en donde la detección de los ecos recibidos se lleva a cabo mediante correlación eficiente con los códigos originales.

Como ya se ha comentado, la mejora de las prestaciones de cualquier sistema que utilice técnicas CDMA pasa por la adecuada selección de los códigos a emitir. En el caso concreto de un LPS ultrasónico basado en la medida de TDV, la emisión de una señal codificada convenientemente puede suponer la obtención de medidas más insensibles al ruido, así como un aumento de la precisión temporal y de la resolución espacial en comparación con técnicas de integración y umbralización. Además, en función de los códigos elegidos, pueden realizarse emisiones simultáneas sin apenas interferencias entre ellas, lo que posibilita la disposición de un conjunto de medidas realizadas desde distintos puntos y en condiciones similares, siendo esto de gran utilidad en un LPS donde el objeto a detectar puede estar en movimiento. Por otro lado, estos sistemas suelen requerir detección asíncrona ya que los ecos pueden recibirse en cualquier instante dependiendo de las posiciones de los transductores y reflectores del entorno. En este sentido, para evitar validar como ecos directos los provenientes de reflexiones por diferentes caminos suelen realizarse emisiones espaciadas, esto es, no periódicas.

En definitiva, se trata de una aplicación en donde tienen lugar múltiples emisiones

aperiódicas, con detección asíncrona, propagación multicamino, etc. En estos casos, las características de correlación de los códigos emitidos condicionan la inclusión de módulos auxiliares (como etapas de acondicionamiento de la señal recibida y detectores de picos más sofisticados o algoritmos de cancelación ISI y MAI) y su grado de complejidad. Obviamente, la clave para mejorar el desempeño de estos sistemas de posicionamiento, sin que ello suponga un aumento de la complejidad en el tratamiento de la señal, reside en utilizar los códigos apropiados: con un pico de ACF claramente diferenciable y con lóbulos de CCF lo más bajos posibles. Además, no debe perderse de vista que todo el procesamiento debe realizarse en tiempo de ejecución.

El capítulo se estructura como se indica a continuación. En primer lugar se explica la arquitectura del LPS propuesto. En segundo, se presenta el sistema emisor y los transductores utilizados para tal fin. Como el objetivo es comprobar el comportamiento de los códigos tratados en esta tesis (Kasami, macro-secuencias Msc y Mse de CSS, LS y T-ZCZ) en un entorno real, el sistema emisor debe ser lo suficientemente versátil como para permitir la emisión de cualquiera de ellos. A continuación se detalla la implementación del sistema receptor, que básicamente se compone de un transductor ultrasónico y su etapa de acondicionamiento asociada, un demodulador BPSK, un bloque de correlación, otro de detección de picos y cálculo de tiempos de vuelo, y finalmente una etapa de alto nivel para el cálculo de la posición. En la sección 6.5 se presentan algunos resultados simulados cuyo objetivo principal es el de averiguar la inmunidad del sistema contra el ruido y el efecto cerca-lejos. Seguidamente, en la sección 6.6, se muestran resultados experimentales obtenidos con los distintos códigos. Estos resultados corresponden tanto a los de las salidas de los correladores, como a los conseguidos tras el posicionamiento.

6.1. Estructura global del sistema experimental

La arquitectura básica del LPS propuesto para la realización de pruebas experimentales en espacios interiores se inspira en el funcionamiento del sistema GPS utilizado en exteriores: un número no limitado de receptores móviles calcula su posición mediante técnicas de multilateración. Para ello parten de los tiempos de vuelo medidos tras las emisiones efectuadas por una serie de balizas situadas en posiciones conocidas del entorno. Sin embargo, a diferencia del sistema GPS que utiliza multilateración esférica, el LPS desarrollado no requiere ninguna señal de sincronismo entre los emisores y receptores, calculándose la posición de los mismos mediante multilateración hiperbólica.

En la figura 6.1 puede verse un esquema del LPS propuesto. Dispone de cinco balizas situadas en el techo y sincronizadas vía hardware mediante un cable que las une. Cada baliza tiene asignado un código binario único que ha sido escogido de modo que tenga una baja correlación cruzada con los que identifican a las otras balizas. De este modo las cinco balizas pueden emitir simultáneamente sin interferirse y los receptores son capaces de distinguir la procedencia de las emisiones. Por otro lado, las emisiones codificadas se repiten continuamente cada cierto tiempo y son detectadas de forma asíncrona por los receptores, que calculan su posición a partir de la Diferencia de Tiempos de Vuelo (DTDV) entre la recepción del código correspondiente a una baliza de referencia (la más cercana al móvil) y el resto. Se evita de este modo tener que introducir señales distintas a las ultrasónicas para sincronizar las emisiones con las recepciones.



Figura 6.1: Esquema del LPS utilizado en las pruebas.

Una representación más detallada de la figura 6.1 puede encontrarse en la figura 6.2, en donde se especifican las funciones de cada uno de los elementos del LPS. Se resume a continuación el objetivo de cada uno de los componentes implicados.

• Cinco balizas situadas en posiciones fijas en el techo. Las balizas se encuentran a una altura de 3.45 m dispuestas sobre una estructura metálica de 1 $m \times 1 m$ que sirve de soporte. Constituyen básicamente toda la infraestructura a instalar para el funcionamiento del sistema. De este modo el cambio del entorno de trabajo por otro situado en otro emplazamiento implica únicamente cambiar la ubicación de la estructura metálica en donde están fijadas las balizas. Por otro lado, al estar las balizas en el techo no se entorpece el área de posicionamiento y su cableado no supone un problema.

En la figura 6.3 se muestra la infraestructura con las balizas (B1 a B5) y la separación existente entre los transductores. La disposición de los transductores es tal que empleando códigos ortogonales generalizados con una IFW de tamaño superior a 173



Figura 6.2: Esquema detallado del LPS utilizado en las pruebas.

bits $(W \ge 86)$, la diferencia entre los instantes de llegada de las emisiones procedentes de cada baliza en cualquier punto del área de trabajo no excede el tamaño de dicha IFW (asumiendo una velocidad de propagación de los ultrasonidos c = 345.5 m/s y un único ciclo de una portadora de frecuencia en torno a los 40 kHz). Se consigue además con esta disposición maximizar la zona de cobertura común entre balizas.

Respecto a los transductores, se han utilizado emisores cilíndricos de PVDF de MSI [Inc08b] con frecuencia de resonancia de 40 kHz y ancho de banda de 8 kHz. Cada transductor se ha insertado en una estructura cónica que actúa como reflectora y permite aumentar el área de cobertura [VUM⁺07].



Figura 6.3: Estructura con las balizas.

- Ordenador de configuración. Para dotar al sistema de la mayor versatilidad posible se ha incluido un ordenador que permite configurar distintos parámetros de la emisión:
 - \triangleright Los códigos a emitir por las balizas y la longitud de los mismos.
 - ▷ La forma de onda y número de ciclos de la portadora que constituye el símbolo de modulación BPSK.
 - ▷ Frecuencia de la señal portadora.
 - ▷ Período de repetición de las emisiones.
 - \triangleright Habilitación
 Deshabilitación de la emisión.

Este ordenador se encuentra conectado vía USB con la FPGA del bloque emisor para la configuración de los parámetros anteriores.

- Módulo emisor. Este bloque es el encargado de excitar las balizas emisoras y está formado básicamente por dos módulos. El primero se ha implementado sobre una FPGA Spartan3E de Xilinx [Xil08b] y permite generar los códigos a emitir. Consiste en una serie de memorias RAM y un modulador BPSK. En la fase de inicialización, el ordenador de configuración graba en las memorias los códigos a emitir y la señal portadora, especificando además las frecuencias de emisión y período de repetición de los códigos. Se activa después el *enable* del diseño, y se inicia la modulación BPSK de los códigos almacenados a la frecuencia especificada en la configuración. Las señales resultantes son adaptadas en un segundo módulo para la excitación del transductor con los niveles que indica el fabricante. En la figura 6.4 puede observarse la estructura del módulo emisor incluyendo el ordenador de configuración.
- **Receptores móviles.** La arquitectura de todos los receptores es la misma y consta de los siguientes módulos:
 - Captura de las señales emitidas y ajuste de escala para mantener constantes los niveles de señal que entrega el micrófono utilizado (Panasonic Electret 61B [Cor08]).
 - ▷ Procesamiento de bajo nivel. Las señales capturadas son demoduladas en BPSK de modo asíncrono. Después un bloque de correlación localiza en la señal recibida cualquiera de los cinco códigos emitidos por las balizas. Finalmente un bloque detecta el valor de los picos máximos en cada correlación y el instante de tiempo en el que han tenido lugar. Todo este procesado de bajo nivel se ha implementado sobre una FPGA Spartan3E de Xilinx.
 - ▷ Procesamiento de alto nivel. La información relativa a los picos de correlación es enviada vía USB al ordenador empotrado del robot en donde se calculan las diferencias de tiempos de vuelo y se realiza el posicionamiento. Existe también la posibilidad de enviar los datos de salida del bloque detector de picos vía WiFi al ordenador de configuración. Aunque esto va en contra de la privacidad que se



Figura 6.4: Equipo experimental empleado en la configuración de la emisión.

presupone a este tipo de sistemas, en donde el receptor no debe emitir ninguna señal para no poder ser localizado, se ha permitido durante la fase de pruebas a efectos de depuración, ya que el sistema empotrado a bordo del robot no dispone de un monitor donde visualizar los resultados.

El robot utilizado en las pruebas es el clásico PIONEER 3-DX8 [Inc08c] utilizado en multitud de aplicaciones docentes y de investigación, al que se le ha añadido una pequeña plataforma para la sujeción del micrófono, su electrónica asociada y la sujeción de la FPGA. En la figura 6.5 puede observarse la apariencia de uno de estos robots en el escenario de pruebas.

• Área de trabajo. Las pruebas se han llevado a cabo en un habitáculo de 3.45 m de altura organizado según se muestra en la figura 6.6. La zona de análisis se ha restringido a un rectángulo sobre el suelo de 4.50 $m \times 3.50 m$ justo debajo de las balizas y dividido en cuadrados de 50 cm de lado.

En las siguientes secciones se describen cada uno de los bloques funcionales que componen el LPS en mayor profundidad.



Figura 6.5: Escenario de pruebas realizadas con el LPS ultrasónico.



Figura 6.6: Esquema del escenario de pruebas experimentales.

6.2. Características de los transductores ultrasónicos empleados

6.2.1. Transductor en la etapa de emisión

Los emisores usados en las balizas son de MSI [Inc08b] y sus propiedades piezoeléctricas se deben a una lámina de PVDF de 30 μm de espesor encajada sobre un soporte cilíndrico. En la figura 6.7 pueden verse el aspecto y principales características de estos transductores. Su patrón de emisión es omnidireccional en el plano horizontal, mientras que en el vertical la directividad es de \pm 40° (con una pérdida de -6 dB respecto a los 0°). La frecuencia de resonancia se encuentra en torno a los 40 kHz con un ancho de banda de 8 kHz.



Figura 6.7: Características de emisor PVDF de MSI utilizado: patrón de emisión horizontal, vertical y respuesta en frecuencia [Inc08b].

Teniendo en cuenta el ángulo de apertura en el plano axial del transductor, así como la disposición en el techo de las balizas y en el suelo de los receptores, resulta necesario redirigir las emisiones de cada transductor hacia el suelo cubriendo la mayor zona posible. Para ello, se ha utilizado la estructura propuesta en [VUM⁺07] que consiste básicamente en un reflector cónico de madera en donde se inserta el transductor. Los parámetros que definen a este reflector (ángulo del cono, radio y distancia del vértice al transductor) se han diseñado tratando de evitar que haces correspondientes a una misma emisión pero reflejados en distintas zonas del reflector se reciban superpuestos en el receptor, según puede observarse en la figura 6.8.a. El área de cobertura de la baliza resultante queda reflejada en la figura 6.8.b, que muestra la atenuación que sufren los picos de auto-correlación de un código patrón de 255 bits conforme el receptor se aleja de la vertical del emisor. Para una baliza situada a 3.45 m de altura y un ángulo de incidencia en el suelo del haz emitido de hasta 40°, puede garantizarse un área circular de cobertura de radio 3.20 m con una atenuación máxima de 10 dB.



Figura 6.8: a) Ubicación del transductor en el reflector cónico; b) Atenuación de la señal recibida respecto al eje vertical del transductor.

6.2.2. Transductor en la etapa de recepción

En la etapa de recepción se ha utilizado un micrófono omnidireccional *electret* Panasonic WM-61B [Cor08] diseñado para aplicaciones de audio de propósito general. Cabe destacar su reducido tamaño, su omnidireccionalidad y el amplio rango de frecuencias que es capaz de detectar (véase la figura 6.9). Su respuesta es prácticamente plana entre los 20 Hz y 45 kHz.



Figura 6.9: Respuesta en frecuencia del transductor Panasonic WM-61B usado en la recepción.

Se ha utilizado el circuito integrado SSM2166 [Dev08] para adaptar la señal adquirida por el micrófono a los niveles de tensión requeridos por el sistema de digitalización. Básicamente este circuito consta de una etapa de preamplificación seguida de un control automático de ganancia cuya función es mantener constantes los niveles de señal que entrega el micrófono.

6.3. Módulo emisor

Como ya se ha adelantado, el módulo emisor tiene como misión generar las señales codificadas de cada baliza y adaptarlas según las especificaciones de los transductores empleados.

Con objeto de tener un diseño del módulo emisor válido para cualquier tipo de codificación, los códigos se han generado off-line según los mecanismos descritos en capítulos previos y se almacenan en bloques de memoria desde donde son leídos a la frecuencia apropiada. Para cambiar el tipo de codificación basta con cambiar el contenido de estos bloques de memoria. Otra solución, consistiría en la generación en tiempo de ejecución de los códigos a través de los generadores eficientes: ESSG (para códigos CSS y derivados), ELSG (para códigos LS) o ETZG (para códigos T-ZCZ). Sin embargo, esta opción bien implica una pérdida de versatilidad, siendo necesario utilizar un diseño distinto para cada codificación; o bien supone un aumento importante de los recursos a utilizar, cuando se opta por tener en un mismo diseño todos los generadores y seleccionar posteriormente con un multiplexor la salida del que corresponda.

En la figura 6.10 puede verse el diagrama de bloques de este módulo emisor. El sistema está configurado para trabajar por defecto con macro-secuencias de 1024 bits generadas mediante concatenación, en donde cada bit del código se modula con un símbolo compuesto por un único ciclo de una portadora cuadrada de frecuencia $f_e = 41.667 \ kHz$, siendo el período de repetición de las emisiones $T_R = 50 \ ms$. Sin embargo, todos los parámetros anteriores pueden cambiarse en tiempo de ejecución a través del ordenador de configuración mediante la interfaz gráfica mostrada en la figura 6.4. El ordenador comunica estos datos vía USB a la plataforma de desarrollo: una Nexys2 de Digilent [Inc08a] que dispone de una FPGA Spartan3E-500 [Xil08b], conversores analógico-digital (ADC) y digital-analógico (DAC) y un puerto USB con protocolo de acceso similar al EPP.

El primer módulo implementado en la FPGA es el controlador USB encargado de gestionar los accesos del ordenador a la FPGA. Un módulo gestor de direcciones gobierna los buses de direcciones de las memorias en donde se almacenan los códigos y la portadora. En la fase de escritura los datos se escriben con cada ciclo de reloj. La lectura de la memoria que contiene los códigos se inicia con el período de repetición indicado en T_R y a la frecuencia f_e especificada. Esto es, cada T_R el bus de direcciones de dicha memoria se incrementa desde 0 hasta la longitud L del código a la frecuencia de emisión f_e . El proceso de lectura de la portadora se inicia simultáneamente con el de lectura de los códigos y no termina hasta que no lo hace este último. Por cada elemento del código $\in \{-1, 0, 1\}$ el bloque BPSK realiza una lectura completa de la memoria que almacena la señal portadora: cuando se trata de un 1 la memoria se lee en modo ascendente, cuando es un -1 se lee en modo descendente obteniendo a la salida la portadora leída al revés, y cuando se trata de un 0 el bloque BPSK proporciona a su salida un número de ceros igual a la longitud de dicha portadora. Es decir, si $\{A = a_m[l] \in \{-1,0,1\}; 0 \le m \le M - 1; 0 \le l \le L - 1\}$ es una familia cualquiera de

M códigos, y s(t) con $0 \le t \le N_{SM} \cdot \frac{1}{f_e}$ es un símbolo formado por N_{SM} ciclos de una portadora de frecuencia f_e , entonces los códigos modulados $a'_m(t)$ pueden expresarse como la convolución del símbolo de modulación con un tren de deltas separadas temporalmente y ponderadas con los bits de la secuencia:

$$a'_{m}(t) = s(t) * \sum_{i=0}^{L-1} a_{m}[i] \cdot \delta(t - i - N_{SM} \frac{1}{f_{e}}) = \sum_{i=0}^{L-1} a_{m}[i] \cdot s(t - i - N_{SM} \frac{1}{f_{e}})$$

$$0 \le t < (L-1) \cdot N_{SM} \cdot \frac{1}{f_{e}}$$
(6.1)

Las salidas moduladas son adaptadas para su digitalización y posterior conexión con los amplificadores de audio que excitan las balizas. Finalmente, cabe mencionar que, en cualquier momento, desde el PC puede darse la orden de habilitar o deshabilitar la emisión de las balizas.



Figura 6.10: Diagrama de bloques del módulo emisor.

6.4. Módulo receptor

Según el esquema propuesto en la figura 6.2, en el módulo receptor, tras la adquisición y acondicionamiento de la señal recibida, tiene lugar una primera etapa de procesamiento de bajo nivel para la obtención de TDV y otra posterior de más alto nivel para el cálculo de la posición. La primera se ha implementado sobre una FPGA Spartan3E-500 integrada en una placa Nexys2 de Digilent [Xil08b, Inc08a], y consta básicamente de los bloques de demodulación, búsqueda de códigos mediante correlación y detección de picos. Por otro lado, los cómputos asociados a la etapa de alto nivel, que incluyen la determinación de diferencias de TDV (DTDV) y el posicionamiento mediante trilateración hiperbólica, pueden llevarse a cabo bien en el ordenador a bordo del robot móvil, o bien en el ordenador de configuración utilizado en la etapa de emisión. Se describen a continuación las tareas de ambas etapas en detalle.

6.4.1. Demodulación BPSK

La primera fase del proceso de detección consiste en la demodulación asíncrona de la señal recibida para la extracción de los códigos emitidos. Con este fin la señal recibida r(t) es muestreada convenientemente y correlada digitalmente con el símbolo empleado en la modulación. Si se utiliza una portadora cuadrada o se realiza la correlación con una versión rectangular del símbolo empleado en la modulación, la implementación de dicha correlación se simplifica enormemente: no sólo se necesitan menos recursos, sino que además las únicas operaciones a realizar sobre las muestras recibidas son sumas y restas. Así, el demodulador implementado puede verse como un registro de desplazamiento de tamaño $N_{SM} \cdot O_f$ cuyas muestras son sumadas con el mismo signo o con el signo invertido según puede verse en la figura 6.11. No obstante, cabe mencionar que esta simplificación implica un ligero aumento del ruido auto-inducido observado a la salida del bloque de correlación.

El diseño de este módulo se ha realizado de modo que pueda adaptarse a diferentes esquemas de digitalización y símbolos de modulación. Así, el ancho de bus de datos DWde la señal digitalizada $r[\tau]$, el número de ciclos N_{SM} de la señal portadora y el factor de sobremuestreo $O_f = \frac{f_a}{f_e}$ utilizado en la adquisición, pueden configurarse antes de sintetizar el diseño VHDL.



Figura 6.11: Implementación hardware del demodulador BPSK asíncrono.

6.4.2. Bloque de correlación

Una vez demodulada la señal recibida, el siguiente paso es realizar la búsqueda de los cinco códigos emitidos. Esta operación puede realizarse mediante una correlación clásica si los códigos emitidos son Kasami, o mediante los esquemas eficientes propuestos en esta tesis para códigos CSS, LS y T-ZCZ. Detalles acerca de la implementación de un correlador directo convencional, ESSC adaptado a macro-secuencias de CSS y un correlador ELSC para códigos LS pueden encontrarse en el capítulo 4; mientras que en el 5 se especifican correladores eficientes ETZC de códigos T-ZCZ. En todos los casos se ha tenido en cuenta que a la salida del demodulador los bits consecutivos de un código $a_m[l]$ se obtienen con una separación de $N_{SM} \cdot O_f$ muestras, y se ha permitido la configuración pre-síntesis de

entrada al correlador o el factor de sobremuestreo.

6.4.3. Detección de picos

Cuando en la señal recibida se identifica la presencia de uno de los códigos emitidos, en el correlador correspondiente aparece un máximo local indicando su instante de llegada. El propósito del bloque de detección de picos es el de localizar dichos máximos para que, a partir de ellos, la etapa de alto nivel pueda computar las relaciones temporales y realizar el posicionamiento. La implementación de este bloque se muestra en la figura 6.12. Un contador cíclico establece una ventana de análisis de tamaño igual al período T_R de repetición de las emisiones, de modo que en cada ciclo de cuenta se obtiene el TDV asociado al pico máximo de correlación correspondiente a una única emisión. Una nueva muestra procedente del correlador conectado a la entrada se almacena como candidata a pico si su valor supera el umbral de la última candidata. Asimismo, el valor del contador en el momento de identificar un nuevo pico candidato queda almacenado. Finalizada la cuenta, se tiene en un registro el valor del pico máximo en la ventana de análisis y, en otro, el valor de su TDV expresado en muestras de retardo. Posteriormente, la etapa de alto nivel computa las diferencias de tiempos de vuelo entre los valores obtenidos en cada detector de picos, rechazando aquellos valores de pico que no superen un determinado umbral y corrigiendo los errores por desbordamiento del contador. Este último paso resulta necesario si el pico de la baliza más cercana se recibe cuando el contador está a punto de desbordarse y el de la más alejada cuando el contador ya se ha desbordado y está iniciando una nueva cuenta. La corrección es sencilla y puede resolverse con el algoritmo 1, donde DTDV_maximo es la mayor DTDV que puede haber entre recepciones, f_a es la frecuencia de adquisición y T_R indica cada cuánto se inicia una nueva emisión.



Figura 6.12: Diagrama de bloques del detector de picos implementado.

Algoritmo 1 Pseudo-código para el cálculo de DTDV

Entrada: TDV: vector cuyos 5 elementos son los TDV obtenidos en cada detector de picos. **Salida:** DTDV

- 1: TDV_ref=min (TDV)
- 2: DTDV=TDV-TDV_ref
- 3: para i=0 hasta i=5 hacer
- 4: si DTDV(i)>DTDV_maximo entonces

```
5: DTDV(i)=DTDV(i)-T_R \cdot f_a
```

- 6: **fin si**
- 7: fin para
- 8: si min (DTDV)<0 entonces
- 9: DTDV=DTDV-min (DTDV)

```
10: fin si
```

```
11: devolver DTDV
```

El detector de picos de la figura 6.12 no es el más adecuado para detectar correctamente los ecos procedentes de emisiones codificadas con códigos ortogonales generalizados, especialmente los correspondientes a códigos LS, cuando la detección se realiza de forma asíncrona. En el capítulo 3 ya se mostró que el valor de las interferencias fuera de la IFW podía llegar a ser elevado, concretamente, la menor cota de correlación en la IW que se consigue con familias LS con un número de códigos $\mu \leq 5$ está en torno a 0.5. Tras la demodulación asíncrona el valor de dichas interferencias se ve incrementado, llegando incluso a superar el valor del pico principal de la ACF en casos fuertemente afectados por el efecto cerca-lejos. Si existe sincronismo, el incremento de estos lóbulos laterales no implica ningún problema, ya que se encuentran fuera de la zona de búsqueda. Sin embargo, en el LPS aquí planteado el detector de picos descrito anteriormente validaría como pico principal de auto-correlación alguno de los lóbulos laterales obtenidos tras la correlación, tal y como puede observarse en la figura 6.13, donde dos códigos LS modulados en BPSK, g'_0 y g'_1 , son recibidos con distinta energía en ausencia de ruido externo (específicamente, la energía de la señal g'_1 es un 25 % de la energía de la señal g'_0). En la figura se ha marcado con un círculo rojo el pico validado por el detector de picos, además se ha ampliado la zona central de una de las funciones de correlación para mostrar el deterioro de las prestaciones iniciales de la función de correlación como consecuencia de la demodulación asíncrona.

Una solución sencilla a este problema consiste en invalidar la medida de DTDV que exceda el límite impuesto por la disposición de las balizas y receptores en el espacio de trabajo, realizando en ese caso el posicionamiento con cuatro balizas (tres DTDV son suficientes para el posicionamiento). Otra solución consistiría en utilizar un detector de picos más complejo que tenga en cuenta únicamente los picos de correlación que estén ubicados en las proximidades de aquellos recibidos con mayor energía. Para ello puede definirse una ventana de análisis F_0 alrededor de estos picos de auto-correlación de mayor



Figura 6.13: Ejemplo de detección de máximos locales utilizando el detector de picos de la figura 6.12, para dos códigos LS de longitud 287 bits, modulados en BPSK y en ausencia de ruido externo, cuando uno de ellos se recibe con mayor energía que el otro.

energía, buscando posteriormente los de menor energía en el área de intersección de dichas ventanas F_0 . En el caso de códigos LS y T-ZCZ esta ventana puede fijarse considerando el tamaño de su IFW en el origen, esto es, $F_0 = N_{SM} \cdot O_f \cdot (2 \cdot W + 1)$. En la figura 6.14 se muestran los picos validados por este último detector cuando las circunstancias son las mismas que en el ejemplo de la figura 6.13. Se ha indicado con una línea discontinua la zona de análisis F_0 alrededor del pico principal. Obsérvese como el eco de menor energía es ahora validado correctamente. El algoritmo 2 muestra el pseudo-código de este segundo detector de picos.

6.4.4. Algoritmo de posicionamiento

Una vez obtenidas las DTDVs entre las recepciones procedentes de las cinco balizas, se calcula la posición del receptor móvil mediante trilateración hiperbólica usando el método iterativo de minimización no lineal de Gauss Newton [SW89]. El algoritmo parte de una posición estimada inicial $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ y mediante aproximaciones sucesivas obtiene la posición (x, y, z) del receptor. Para ello necesita conocer la ubicación $\{(bx_i, by_i, bz_i); 1 \le i \le 5\}$ de las balizas y las diferencias de tiempo de vuelo entre una baliza de referencia (la más cercana) y el resto expresadas en distancias $\{\Delta r_{i,1} = c \cdot \Delta t_{i,1}; 2 \le i \le 5\}$, donde se ha supuesto que la baliza de referencia es la B1, c es la velocidad de propagación de los ultrasonidos y $\Delta t_{i,1}$ la DTDV entre la recepción de la baliza B1 y la Bi. Con esto, la distancia entre una



Figura 6.14: Ejemplo de detección de máximos locales delimitando el área de búsqueda, para dos códigos LS de longitud 287 bits, modulados en BPSK y en ausencia de ruido externo, cuando uno de ellos se recibe con mayor energía que el otro.

Algoritmo 2 Pseudo-código para la detección de picos cercanos a los recibidos con mayor energía.

Entrada: corr: array de tamaño $(5 \times T_R \cdot f_a)$, donde cada fila corresponde a la correlación de la señal de entrada con uno de los códigos que identifican las balizas.

Salida: TDV: vector con los TDV asociados a cada baliza

- 1: [pico_max,bal_max]=max(max(corr'))
- 2: TDV(bal_max)=busca(corr(bal_max,:)==pico_max)
- 3: margen_izquierdo(1)=TDV(bal_max)- $\frac{F_0}{2}$
- 4: margen_derecho(1)=TDV(bal_max)+ $\frac{F_0}{2}$
- 5: corr(bal_max,:)=ceros
- 6: para i=0 hasta i=4 hacer

```
7: [pico_max,bal_max]=max(max(corr(:,margen_inquierdo(i):margen_derecho(i))'))
```

```
8: TDV(bal_max)=busca(corr(bal_max,:)==pico_max)
```

```
9: margen_izquierdo(i+1)=max(margen_izquierdo(i),TDV(bal_max)-\frac{F_0}{2})
```

```
10: margen_derecho(i+1)=min(margen_derecho(i),TDV(bal_max)+\frac{F_0}{2})
```

```
11: corr(bal_max,:) = ceros
```

```
12: fin para
```

```
13: devolver TDV
```

baliza cualquiera y el punto real donde el receptor está situado puede expresarse como (6.2), asimismo, la distancia entre esa misma baliza y el punto estimado viene dada por (6.3).

$$r_i = \sqrt{(bx_i - x)^2 + (by_i - y)^2 + (bz_i - z)^2}; \qquad 1 \le i \le 5$$
(6.2)

$$\hat{r}_i = \sqrt{(bx_i - \hat{x})^2 + (by_i - \hat{y})^2 + (bz_i - \hat{z})^2}; \qquad 1 \le i \le 5$$
(6.3)

Las ecuaciones anteriores pueden reescribirse en función de la diferencia de distancias a la baliza B1 de referencia según:

El algoritmo trata de minimizar la suma de los errores cuadráticos asociados a los incrementos de distancia minimizando la siguiente expresión:

$$F(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) = \sum_{i=2}^{5} (\Delta \hat{r}_{i,1} - \Delta r_{i,1})^2 = \sum_{i=2}^{5} [f_i(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})]^2$$
(6.5)

donde,

$$f_i(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) = \left[\sqrt{(bx_i - \hat{x})^2 + (by_i - \hat{y})^2 + (bz_i - \hat{z})^2} - \sqrt{(bx_1 - \hat{x})^2 + (by_1 - \hat{y})^2 + (bz_1 - \hat{z})^2}\right] - \Delta r_{i,1}$$
(6.6)

Derivando (6.5) respecto a $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ se obtiene (6.7).

$$\frac{\partial F}{\partial \hat{x}} = 2\sum_{i=2}^{5} f_i \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \hat{x}}; \quad \frac{\partial F}{\partial \hat{y}} = 2\sum_{i=2}^{5} f_i \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \hat{y}}; \quad \frac{\partial F}{\partial \hat{z}} = 2\sum_{i=2}^{5} f_i \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \hat{z}} \tag{6.7}$$

Las ecuaciones anteriores se pueden expresar de forma matricial como $g = 2J^T f$, donde J^T es la transpuesta de la matriz jacobiana J, y tanto g como f son dos vectores definidos según (6.8).

$$g = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial \hat{x}} \\ \frac{\partial F}{\partial \hat{y}} \\ \frac{\partial F}{\partial \hat{z}} \end{pmatrix} \quad J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial \hat{x}} & \frac{\partial f_2}{\partial \hat{y}} & \frac{\partial f_2}{\partial \hat{z}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \hat{x}} & \frac{\partial f_3}{\partial \hat{y}} & \frac{\partial f_3}{\partial \hat{z}} \\ \frac{\partial f_4}{\partial \hat{x}} & \frac{\partial f_4}{\partial \hat{y}} & \frac{\partial f_4}{\partial \hat{z}} \\ \frac{\partial f_5}{\partial \hat{x}} & \frac{\partial f_5}{\partial \hat{y}} & \frac{\partial f_5}{\partial \hat{z}} \end{pmatrix} \quad f = \begin{pmatrix} f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{pmatrix}$$
(6.8)

Las derivadas parciales $\frac{\partial f_i}{\partial x}$, $\frac{\partial f_i}{\partial y}$ y $\frac{\partial f_i}{\partial z}$ pueden calcularse como:

$$\frac{\partial f_i}{\partial \hat{a}} = \frac{\hat{a} - a_i}{r_i} - \frac{\hat{a} - a_1}{\hat{r_1}} \quad \begin{cases} a = x, y, z \\ i = 2, 3, 4, 5 \end{cases}$$
(6.9)

Sabiendo esto, el algoritmo de Gauss-Newton proporciona el valor de las coordenadas estimadas $P_{(n+1)} = \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{pmatrix}$ tras n iteraciones según:

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} - (J_{(n)}^T J_{(n)})^{-1} J_{(n)}^T f_{(n)}$$
(6.10)

Siendo

$$J^{T}J = \begin{pmatrix} \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{x}-x_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{x}-x_{1}}{\hat{r_{1}}}\right)^{2} & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{x}-x_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{x}-x_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \left(\frac{\hat{y}-y_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{y}-y_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{x}-x_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{x}-x_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \\ \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{x}-x_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{x}-x_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \left(\frac{\hat{y}-y_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{y}-y_{1}}{\hat{r_{1}}}\right)^{2} & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{y}-y_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{y}-y_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \\ \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{x}-x_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{x}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{y}-y_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{y}-y_{1}}{\hat{r_{1}}}\right)^{2} & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{y}-z_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \\ \int_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{x}-x_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{x}-x_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{y}-y_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{x}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \\ \int_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{y}-y_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{y}-y_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right)^{2} & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right)^{2} \\ \int_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}}{\hat{r_{i}}} - \frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}-\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}-\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right)^{2} \\ \int_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}-\hat{z}-\frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}} - \frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}}\right) & \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}-\hat{z}-\frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right)^{2} \\ \int_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}-\hat{z}-\frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) f_{i} \\ \int_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}-\hat{z}-\frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) f_{i} \\ \int_{i=2}^{5} \left(\frac{\hat{z}-z_{i}}-\hat{z}-\frac{\hat{z}-z_{1}}{\hat{r_{1}}}\right) f_{i} \end{pmatrix} \\ \end{cases}$$

El proceso iterativo reflejado en (6.10) se repite hasta que los errores en el cálculo de la posición son lo suficientemente pequeños, considerando entonces que $(x, y, z) = (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$. La elección del punto estimado inicial debe hacerse teniendo en cuenta que sus coordenadas no deben coincidir con las de ninguna baliza, y que además no debe estar ubicado en el plano que forman estas últimas para evitar singularidades. Asimismo, debe evitarse ubicar el móvil de tal modo que se obtengan diferencias de tiempos de vuelo $\Delta t_{i,1}$ iguales para distintos valores de *i*. La figura 6.15 representa de forma gráfica las tareas a realizar por el algoritmo de posicionamiento, en donde $\Delta X = (J_{(n)}^T J_{(n)})^{-1} J_{(n)}^T f_{(n)}$.



Figura 6.15: Grafo de flujo del algoritmo de posicionamiento hiperbólico según el método de mínimos cuadrados no lineales de Gauss-Newton.

6.5. Simulación del LPS propuesto

Una vez descrito en su totalidad el LPS propuesto, en esta sección se llevan a cabo una serie de simulaciones para comprobar su funcionamiento bajo diferentes condiciones de ruido externo. Para ello se han desarrollado modelos simulados de cada uno de los bloques que componen el LPS: generadores de código, modulador BPSK, transductores de la etapa de emisión y recepción, demodulador, correladores, detectores de picos y algoritmia de alto nivel. Además se han considerado los efectos de atenuación de la señal ultrasónica por divergencia geométrica y absorción atmosférica, así como el efecto de la temperatura sobre la velocidad de propagación. Otros efectos como el de la niebla o el viento no se han tenido en cuenta ya que el LPS está pensado para operar en entornos interiores.

El LPS se ha configurado con los valores que a continuación se detallan. El símbolo de modulación está compuesto por un único ciclo $N_{SM} = 1$ de una portadora cuadrada de 41.667 kHz. Aunque un incremento del número de ciclos permite trabajar con transductores con un ancho de banda más reducido, también implica aumentar los tiempos de emisión y de proceso. Como se verá más adelante, los códigos empleados ya son de una longitud considerable por lo que no se ha querido utilizar más de un período de la portadora para no incrementar el tiempo de emisión de los mismos. Por otro lado, cada $T_R = 50 ms$ las balizas inician una nueva emisión. El módulo de adquisición muestrea la señal recibida con una frecuencia $f_a = 500 \ kHz$, por lo que el factor de sobremuestreo es de $O_f = 12$ muestras por símbolo de modulación. El ADC empleado para digitalizar la señal es de 12 bits, aunque internamente se recortan los bits de menor peso considerando un ancho de bus de entrada al demodulador de DW = 8 bits.

Con estos parámetros, y teniendo en cuenta la disposición de las balizas y las dimensiones del área a cubrir, la diferencia máxima entre TDV procedentes de distintas balizas es de 2.051 ms (para una velocidad de propagación de los ultrasonidos de 343.5 m/s). Por tanto, cuando los códigos empleados sean ortogonales generalizados deben presentar una IFW alrededor del origen mayor a 173 bits (W > 86 bits). Un conjunto con al menos $\mu = 5$ códigos LS que cumplan esta condición son los LS(2, 128, 8) generados según [SBH01]; cuya longitud es de L = 1151 bits, el tamaño de su semi-ventana libre de interferencias W = 127 bits y el valor del lóbulo principal de la ACF es igual a 1024 (en condiciones de transmisión ideales y sin considerar la modulación). Asimismo, los pares $T-ZCZ_{3'}(1024, 8, 146, 146)$ de longitud L = 1024 y $W_A = W_C = E_A = E_C = 146$ bits también cumplen con las especificaciones anteriores, siendo su ganancia de proceso igual a 2048. Sin embargo, para transmitir las dos secuencias de cada código manteniendo la modulación BPSK deben reorganizarse, ya sea mediante concatenación o entrelazado, en una nueva secuencia de 2048 bits. Este incremento en el número de bits tiene dos desventajas principalmente: una mayor cantidad de datos a procesar en la detección y, por otro lado, el robot móvil puede haber cambiado su posición sin haber recibido todo el código. Si el robot es suficientemente lento, como es el caso, este segundo problema puede evitarse. Con todo, para comparar las distintas familias de códigos bajo condiciones similares (longitud y ganancias de proceso parecidas) se ha elegido un conjunto con M = 4 códigos T-ZCZ_{2'}(512, 4, 153, 153) de longitud L = 512 bits y con zonas sin interferencias de tamaño $W_A = W_C = E_A = E_C = 153$ bits. En este caso el posicionamiento se realiza a partir de las medidas de las cuatro balizas situadas en las esquinas de la estructura metálica (se invalida la baliza B1). Las secuencias de cada par se han concatenado dejando una separación de 153 ceros entre una y otra, lo que implica una longitud total de código de 1177 bits y un pico de auto-correlación igual a 1024. Por otro lado, se han seleccionado cinco códigos Kasami de longitud L = 1023 bits, y macrosecuencias obtenidas a partir de la concatenación (Msc) y entrelazado (Mse) de parejas Golay (2-CSS) de longitud L = 512 bits ($L_{Ms} = 1024$). Los cinco códigos elegidos en cada familia son preferidos, es decir, son aquellos que reducen al máximo el valor de la cota de correlación θ . A modo de recordatorio, se muestra en la tabla 6.1 las características más relevantes de los códigos escogidos.

Código	L	valor pico principal ACF	μ	θ	$ heta_{AC}$	$ heta_{CC}$
Kasami	1023	1023	5	0.0587	0.0547	0.0587
Msc	1024	1024	5	0.1758	0.0645	0.1758
Mse	1024	1024	5	0.1758	0.0811	0.1758
LS	1151	1024	5	$0 \text{ si } \tau \le 127$	$0 ext{ si } \tau \le 127$	$0 \operatorname{si} \tau < 127$
				$0.501 \text{ si } \tau 1 > 127$	$0.501 \text{ si } \tau > 127$	$0.501 \text{ si } \tau > 127$
$T\text{-}ZCZ_{2'}$	1177	1024	4	$0 \text{ si } \tau \le 153$	$0 ext{ si } \tau \le 153$	$0 \text{ si } \tau < 153$
				$0.2188 \text{ si } \tau > 153$	0.2188 si $ \tau > 153$	$0.2188 \text{ si } \tau > 153$

Tabla 6.1: Características más relevantes de los códigos emitidos por las balizas.

6.5.1. Efectos considerados en la propagación del ultrasonido

Como ya se ha adelantado anteriormente son varios los efectos sobre la señal ultrasónica que se han considerado a la hora de modelar el LPS propuesto para espacios interiores. La figura 6.16 resume los más importantes, que a grandes rasgos son:

• Errores de sincronización en las emisiones.

Aunque la señal de sincronismo es común a todas las balizas emisoras puede ocurrir que el tiempo entre la llegada de la energía eléctrica y la emisión de la onda acústica sea distinta en cada uno de ellos. Esta variación se ha simulado considerando una diferencia máxima de 4 μs entre el transductor más rápido y el más lento, lo que se traduce en errores de posicionamiento de pocos milimétros.



Figura 6.16: Efectos simulados sobre la señal ultrasónica.

El retardo introducido por la electrónica (FPGA que controla la emisión) no se ha considerado ya que afecta a todas las balizas por igual, y queda anulado al computar las DTDV.

• Características de los transductores empleados en la emisión.

Para las pruebas simuladas se ha tenido en cuenta la respuesta en frecuencia y el patrón de radiación vertical suministrados por el fabricante de los transductores (recuérdese la figura 6.7). El patrón de radiación horizontal es omnidireccional por lo que no se ha considerado.

• Efecto del reflector cónico.

Como ya se ha mencionado, cada uno de los transductores se ha insertado sobre una estructura cónica de madera para incrementar el área de cobertura sobre el suelo. Aunque en el diseño de dicha estructura cónica se ha tratado de evitar la superposición en el área de cobertura de haces reflejados en distintos puntos de la misma, lo cierto es que según donde esté el receptor situado puede existir superposición de varias señales. Sirva de ejemplo la figura 6.17, en donde puede observarse que las emisiones de mayor energía (1-3) procedentes de las reflexiones con el reflector cónico aparecen solapadas con las directas de menor energía (4), y en una zona cercana a la vertical también con las reflexiones que inciden sobre la mitad simétrica del reflector (2). El modelo utilizado para simular el efecto del reflector cónico forma parte del trabajo realizado por otros miembros del equipo de investigación en el que la autora de esta tesis está integrada, pudiéndose encontrar más detalles acerca del mismo en [VUM⁺07]. La atenuación real respecto a la vertical del transductor se ha mostrado en la figura 6.8.b.



Figura 6.17: Zonas de superposición debidas a las reflexiones en el reflector cónico.

• Efecto de la temperatura.

La velocidad de propagación del sonido en el aire depende de la temperatura ambiente según la expresión siguiente:

$$c = c_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{T}{273.15}} \tag{6.12}$$

En donde $c_0 = 331.6 \ m/s$ es la velocidad de propagación de las ondas a cero grados centígrados y T es la temperatura del aire también en grados centígrados. La sala donde el LPS está instalado se encuentra a una temperatura aproximada de 20 °C, lo que implica una velocidad de propagación $c = 343.52 \ m/s$.

• Atenuación por absorción.

Conforme una onda acústica se propaga por el medio parte de su energía se disipa en forma de energía térmica, atenuándose su amplitud con la distancia recorrida. Más concretamente, la absorción del sonido en la atmósfera viene dada por la siguiente expresión [ISO93]:

$$\alpha_{a} = f^{2} \left\{ 18.4 \cdot 10^{-12} \left(\frac{P}{P_{ref}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{-5}{2}} \cdot \left[0.01275 \frac{e^{\frac{-2239.1}{T}}}{f_{rO} + \frac{f^{2}}{f_{rO}}} + 0.1068 \frac{e^{\frac{-3352}{T}}}{f_{rN} + \frac{f^{2}}{f_{rN}}} \right] \right\} (Np/m)$$
(6.13)

En donde f es la frecuencia de la señal emitida en Hertzios; P la presión atmosférica en kiloPascales; $P_{ref} = 101.325 \ kPa$; T es la temperatura absoluta; $T_{ref} = 293.15 \ ^{\circ}K$;

 f_{rO} es la frecuencia de relajación del Oxígeno; y f_{rN} la del Nitrógeno. En definitiva, la absorción de las ondas acústicas en la atmósfera depende de la frecuencia de la onda, la temperatura, la humedad y la presión atmosférica, siendo igual a $\alpha = 1.378 \ dB/m$ en el ejemplo aquí propuesto (considerando una humedad relativa del 50 % y una temperatura de 20 °C).

• Atenuación por divergencia.

A medida que un frente de onda se propaga aumenta su tamaño, lo que provoca una atenuación en su intensidad ya que la energía inicial radiada por la fuente tiene que distribuirse por una superficie cada vez mayor. En el caso de ondas esféricas el nivel de presión sonora se atenúa 6 dB cada vez que se dobla la distancia a la fuente.

Un estudio completo de los mecanismos que afectan a la propagación del ultrasonido puede encontrarse en [A05].

• Ruido ambiente.

Se ha supuesto que el canal está contaminado con ruido blanco gaussiano (AWGN, Additive White Gausian Noise), y se han realizado pruebas con diferentes relaciones señal-ruido (SNR, Signal to Noise Ratio).

Asimismo, se ha comprobado experimentalmente que las medidas de TDV obtenidas cuando el receptor está situado en un punto de test concreto, varían levemente unas de otras. Para simular estos errores de precisión se ha considerado que la desviación típica de las medidas de TDV es de 4 μs .

• Características del micrófono empleado.

Dada la omnidireccionalidad del micrófono Panasonic WM61 y su respuesta plana en un amplio rango de frecuencias, no se ha considerado que introduzca ningún efecto de distorsión sobre la señal recibida. Por otro lado, el retardo de conversión de energía acústica a eléctrica afecta por igual a las emisiones procedentes de cada baliza, quedando su efecto cancelado tras el cálculo de las DTDV.

6.5.2. Resultados obtenidos con el modelo simulado

Impacto de los efectos simulados sobre la señal codificada

Tras la inclusión de los efectos comentados anteriormente las funciones de correlación de los códigos empeoran y los valores de cota mostrados en la tabla 6.1 pasan a ser más restrictivos. Como ejemplo, en la figura 6.18 puede observarse la función de auto-correlación de un código LS recibido en ausencia de ruido externo. El ruido auto-inducido que aparece como consecuencia de la demodulación asíncrona y el ancho de banda reducido de los transductores es especialmente significativo en el entorno del pico principal de la ACF y de los lóbulos laterales de mayor valor. En consecuencia, la IFW efectiva es menor que la teórica (la efectiva no considera los picos secundarios alrededor de los lóbulos laterales que aparecen justo en las terminaciones de la IFW de algunos códigos LS). Teniendo en cuenta esto, puede utilizarse una ventana de análisis de valor $F_0 = N_{SM} \cdot O_f \cdot (2 \cdot (W-3) + 1)$ en el algoritmo 2 de detección de picos, que es el que se ha utilizado en las pruebas simuladas. Este ruido auto-inducido se observa también en el resto de códigos evaluados.



Figura 6.18: Ejemplo de las interferencias introducidas por la demodulación asíncrona y el ancho de banda del transductor empleado, en ausencia de ruido externo.

Los bajos valores de cota de correlación de los códigos empleados (resumidos en la tabla 6.1) ya indican una gran inmunidad de los mismos al ruido ambiente. Un caso extremo puede darse en condiciones de muy baja relación señal-ruido cuando además alguno de los códigos se recibe con muy poca energía. En este sentido, la figura 6.19 muestra, para códigos LS y Kasami y una SNR = $-15 \ dB$, los picos validados (círculo rojo) cuando se reciben completamente solapadas dos señales, en donde una de ellas ha sufrido una atenuación del 75 % respecto a su valor original. Según puede observarse el pico de auto-correlación del código Kasami recibido con menor energía no es detectado correctamente. Cuando se identifica un fallo de este tipo, en donde uno de los picos de correlación validados es considerablemente menor a los demás, se obvia el valor de TDV proporcionado por dicha

baliza y se posiciona sólo con cuatro de ellas. El valor del umbral a partir del cual el valor detectado se considera válido se ha fijado experimentalmente. Por otro lado, en la figura 6.20 puede observarse el error cometido en la determinación de los TDV correspondientes a la emisión recibida con mayor energía (en rojo) y a la recibida con menor energía (en negro), para un total de 100 medidas sucesivas y una $SNR = -15 \ dB$. En todos los casos el pico de correlación de la emisión más energética es detectado sin errores, no sucediendo lo mismo con el de menor energía, sobre todo cuando los códigos empleados son los Kasami.



Figura 6.19: Ejemplo de detección de máximos locales para códigos a) LS y b) Kasami, cuando la $SNR = -15 \ dB$ y se reciben dos códigos de distinta energía completamente solapados.



Figura 6.20: Variaciones en las medidas de TDV después de 100 emisiones y una $SNR = -15 \ dB$ cuando se reciben dos códigos solapados de distinta energía.

Precisión en el posicionamiento

El grado de precisión y veracidad conseguido en la medida de los TDV (y por ende de las DTDV) condiciona en gran medida las prestaciones del sistema de posicionamiento final. El instante de llegada del código emitido se calcula a partir de la correlación de dicho código con la señal capturada por el receptor, que da lugar a un máximo cuando se produce una coincidencia. Sin embargo, este máximo no siempre puede identificarse con claridad ya que el ruido del entorno y las propias limitaciones de los transductores introducen incertidumbres en las medidas. Específicamente, la varianza mínima teórica en las medidas de TDV viene dada por la cota de Cramér-Rao según [Qua81]:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{8 \cdot \pi^2} \cdot \frac{1}{SNR} \cdot \frac{1}{To \cdot BW} \cdot \frac{1}{f_c^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{BW^2}{12 \cdot f^2}}$$
(6.14)

En donde SNR es la relación señal-ruido del sistema (suponiendo que el ruido que corrompe la señal es blanco); $To = L \cdot N_{SM} \cdot O_f \cdot \frac{1}{f_a}$ es el tiempo de observación de la señal; BW es el ancho de banda de la misma; y f_c su frecuencia central. La frecuencia central $f_c = 39.1 \ kHz$ del espectro de la señal recibida se encuentra desplazada respecto a la de la portadora original $f_e = 41.667 \ kHz$, según puede verse en la figura 6.21 cuando el código emitido es una macro-secuencia de 1024 bits. Además, su ancho de banda queda reducido a $BW = 6 \ kHz$ tras el filtrado realizado por el emisor. Con estos parámetros, las menores desviaciones estándar de las estimaciones de TDV que podrían conseguirse para diferentes valores de relación señal-ruido son las mostradas en la figura 6.22.



Figura 6.21: Espectro de la señal recibida cuando el código emitido es una macro-secuencia Mse de $L_{Ms} = 1024$ bits modulada en BPSK.

Con el fin de comprobar las prestaciones del LPS con los códigos bajo estudio se han considerado 24 puntos de test (P21 a P24), ubicados sobre el suelo en diferentes coordenadas xy para cubrir el área de trabajo, y se han llevado a cabo un conjunto de simulaciones bajo diferentes niveles de ruido. Por cada punto de test y código evaluado se ha realizado un



Figura 6.22: Cota teórica de Cramér-Rao de las desviaciones típicas de los TDV obtenidos, en función de la SNR.

total de 100 medidas, considerando válidos los resultados obtenidos si el error estimado no supera los 5 cm. La figura 6.23 muestra las coordenadas de dichos puntos y la posición de las balizas.



Figura 6.23: Situación de los puntos de test en el espacio de medida.

Una primera prueba se ha realizado en ausencia de ruido externo y sin forzar desplazamientos en las medidas de tiempos de vuelo, obteniendo los resultados de la figura 6.24. Los círculos azules de la figura 6.24.a representan la posición estimada con cada una de las 100 medidas realizadas por cada punto, en este caso todas coinciden y aparecen superpuestas. Por otro lado, una cruz roja indica la media de las medidas realizadas. En la figura 6.24.b se ha representado la media del error cometido en cada eje (cuya desviación típica es cero) y se ha ampliado la posición obtenida en cuatro de los puntos de test; pudiendo observarse que las posiciones estimadas, tanto en el eje x como en el y, no coinciden

exactamente con las de los puntos de test. Para eliminar estos desplazamientos resultaría necesario calibrar correctamente el sistema (la posición de las balizas se ha calculado de modo manual utilizando una cinta métrica convencional), así como localizar correctamente el centro virtual de emisión del conjunto reflector cónico-transductor. Estas mejoras, aunque necesarias, quedan fuera de los objetivos de esta tesis ya que, aunque la veracidad de los resultados mostrados en lo sucesivo se va a ver afectada por la calibración realizada, los errores son los mismos para todos los códigos. Así pues, el LPS diseñado puede ser empleado con éxito como herramienta de comparación de las bondades de cada código en un ejemplo práctico.



Figura 6.24: a) Simulación de las posiciones estimadas con códigos Kasami cuando la $SNR = 100 \ dB$, y la desviación típica de las medidas de TDV es 0 μs ; b) Valores medios del error cometido en cada eje y ampliación de los puntos de test P2, P6, P13 y P23.

Los valores de cota de los códigos empleados son significativamente bajos, dada la longitud de los mismos, por lo que el sistema es de suponer que sea capaz de trabajar bajo condiciones de ruido elevado con cualquiera de ellos. Así, cuando el nivel de ruido es igual al de señal ($SNR = 0 \ dB$) los errores cometidos en el eje $x \ e \ y$ con los cinco esquemas de codificación evaluados, coinciden con los de la figura 6.24, siendo la desviación típica de las medidas de 0.29 cm en el peor de los casos. Las figuras 6.25 a 6.28 muestran las simulaciones realizadas con cada familia de códigos para el caso de una relación señal ruido $SNR = -15 \ dB$. Aparecen en estos casos algunas medidas (en inglés *outliers*) significativamente diferentes al resto de resultados de la colección y que han sido descartadas por superar los 5 cm de error permitidos en el sistema, aunque sí que siguen representadas en el gráfico (a) de las figuras. El porcentaje de valores no válidos respecto a los válidos se muestra en el gráfico (c) y, en el (b) pueden verse los errores medios cometidos en el eje $x \ e \ y$ una vez eliminados los *outliers*. Los errores medios no varían ostensiblemente de unos códigos a otros, estando por debajo de 1.5 cm, con desviaciones típicas inferiores a

 $0.5 \ cm$ en más del 90 % de los casos. Lo que hace suponer que, una vez corregido el error de veracidad del que parte el sistema, podrían conseguirse errores medios y desviaciones típicas sub-centrimétricas incluso con ruido elevado.

Las diferencias entre los resultados obtenidos con un esquema de codificación u otro no son excesivamente notables, como era de esperar dado que sus valores de cota de correlación son similares. En cualquier caso, puede apreciarse en estas figuras que las secuencias Kasami y las macro-secuencias generadas mediante entrelazado (Mse) son las que presentan un mayor número de medidas no válidas. En ambos casos las posiciones más problemáticas se encuentran en el entorno cercano de las balizas, siendo los puntos P12 y, en mayor medida, el P13 los que menor número de medidas válidas presentan. Dichos puntos se encuentran muy próximos a una baliza y más alejados de otras, pudiendo explicarse este hecho por el efecto cerca-lejos. No obstante, obsérvese que el porcentaje de valores descartados es muy bajo (0.55 % para Mse), y casi despreciable para códigos Msc, LS y T-ZCZ_{2'}. Estos últimos son los que presentan además una menor desviación típica en las medidas estimadas.



Figura 6.25: a) Simulación de las posiciones estimadas cuando se utilizan códigos Kasami y la $SNR = -15 \ dB$; b) Valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje una vez eliminados los *outliers*; c) Porcentaje de medidas válidas.



Figura 6.26: a) Simulación de las posiciones estimadas cuando se utilizan macro-secuencias Msc y la $SNR = -15 \ dB$; b) Valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje una vez eliminados los *outliers*; c) Porcentaje de medidas válidas.



Figura 6.27: a) Simulación de las posiciones estimadas cuando se utilizan macro-secuencias Mse y la $SNR = -15 \ dB$; b) Valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje una vez eliminados los *outliers*; c) Porcentaje de medidas válidas.



Figura 6.28: a) Simulación de las posiciones estimadas cuando se utilizan códigos LS y la SNR = -15 dB; b) Valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje una vez eliminados los *outliers*; c) Porcentaje de medidas válidas.



Figura 6.29: a) Simulación de las posiciones estimadas cuando se utilizan códigos T-ZCZ_{2'} y la $SNR = -15 \ dB$; b) Valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje una vez eliminados los *outliers*; c) Porcentaje de medidas válidas.

Como es de esperar cuando el ruido aumenta, el porcentaje de medidas no válidas también lo hace. En este sentido, la figura 6.30 muestra el porcentaje de medidas incorrectas para cada punto de test y esquema de codificación evaluados cuando la SNR es tan baja como $-20 \ dB$. Obsérvese que en todos los códigos dicho porcentaje permanece por debajo del 10 % en más de la mitad de los puntos evaluados y sólo supera el 50 % en el P13. En este sentido, puede verse que los puntos con un mayor número de medidas no válidas son los situados muy próximos a alguna de las balizas ya que, según se ha comentado anteriormente, son los más susceptibles de sufrir el efecto cerca-lejos. Por otro lado, cabe mencionar que los códigos LS son los que presentan un mayor porcentaje de medidas válidas incluso para este nivel de ruido.



Figura 6.30: Porcentaje de medidas no válidas para cada punto de test cuando la $SNR = -20 \ dB$.

Según se comentó al inicio de esta sección, la longitud de los códigos empleados es tal que la diferencia entre los instantes de llegada de las emisiones de cada baliza no supera la IFW central de los códigos LS y T-ZCZ en ningún punto del área de trabajo, evitando de este modo introducir una señal de sincronismo adicional en el sistema. Esta restricción no es aplicable a las secuencias Kasami o a las macro-secuencias Msc y Mse, que presentan valores de interferencia de magnitud similar a lo largo de toda la función de correlación. Cuando éstos sean los códigos elegidos, pueden emplearse longitudes inferiores siempre y cuando los valores de cota sean lo suficientemente bajos como para permitir la detección del pico principal de la ACF en presencia de ruido. Se consigue de este modo reducir significativamente los tiempos de cómputo y el número de recursos hardware del proceso de detección.
En el escenario de pruebas propuesto, la disminución de la longitud de los códigos T-ZCZ y por tanto su IFW implica un aumento del número de medidas no válidas en determinados puntos de test. Para comprobarlo se han repetido las simulaciones anteriores con códigos LS de longitud L = 287 bits y W = 31 bits (la IFW es por tanto de 63 bits); y pares T-ZCZ_{2'} de longitud L = 128 y $W_A = W_C = 38$ bits, emitiendo las dos secuencias de cada par concatenadas con una separación de 31 bits entre ellas. Cuando la relación señal-ruido del sistema es de 100 dB, empleando códigos LS, del total de 2400 medidas realizadas, un 8 %son incorrectas y corresponden en su mayoría a los puntos P14 y P22. Del mismo modo, los errores en la estimación de la posición del P14 exceden el máximo permitido cuando los códigos emitidos son T-ZCZ_{2'}. Bajo las mismas condiciones, el empleo de secuencias Kasami de L = 255 bits, macro-secuencias de $L_{Ms} = 256$ bits o códigos ortogonales generalizados con una IFW mayor, supone eliminar por completo las medidas incorrectas. La figura 6.31 representa el porcentaje de medidas no válidas obtenidas para cada punto de test, cuando el valor del pico principal de auto-correlación de los códigos empleados es 256 (255 si se emplean códigos Kasami) y la relación señal ruido es de $SNR = -15 \ dB$. Obsérvese como los códigos con peores prestaciones ahora son los LS y T-ZCZ_{2'} debido al reducido tamaño de su IFW que admite DTDV máximas de 0.74 ms. Los puntos más críticos con los códigos LS son aquellos en donde la DTDV entre la recepción de dos balizas cualesquiera es ligeramente superior a la IFW, puesto que los picos de correlación cruzada que aparecen justo en el borde de la IFW de la señal más energética pueden enmascarar el pico de ACF de la menos energética.



Figura 6.31: Porcentaje de medidas válidas para cada punto de test cuando la $SNR = -15 \ dB$ y el valor del pico principal de la ACF de los códigos empleados es 256 (255 en los Kasami).

6.6. Resultados obtenidos con señales reales

Una vez caracterizado el sistema mediante simulación, se presentan en esta sección un conjunto de resultados obtenidos con señales ultrasónicas reales.

Con objeto de poder evaluar las transformaciones que sufre la señal recibida durante toda la etapa de procesamiento de bajo nivel, se ha conectado la electrónica que acondiciona la señal capturada por el micrófono Panasonic a una tarjeta de adquisición comercial de altas prestaciones Ultrasound-Gate 116Hm de Avisoft [Bio08] que digitaliza la señal y mediante un interfaz USB envía los datos a un ordenador personal. Este módulo permite seleccionar la resolución del ADC que realiza la conversión, la ganancia de modo manual mediante un potenciómetro y la frecuencia de muestreo hasta un máximo de 1 MHz. El software Avisoft-Recorder USGH que acompaña la tarjeta permite configurar, además de los parámetros anteriores, el tiempo de captura, almacenando los datos adquiridos en ficheros con extensión . WAV que pueden ser fácilmente importados desde Matlab® para su procesamiento. Además, el software permite la monitorización en tiempo real de la señal ultrasónica capturada. En esta fase de pruebas el uso de la tarjeta de adquisición Ultrasound-Gate 116Hm permite depurar los errores en etapas intermedias del proceso de bajo nivel y comprobar el funcionamiento del sistema más rápidamente que la FPGA, que requiere la reprogramación del bloque de correlación en función del código emitido. Una vez verificado el correcto funcionamiento del sistema y determinado el esquema de codificación más adecuado, el posicionamiento se realizaría en tiempo real empleando el esquema de la figura 6.2. El tamaño final de las FPGAs utilizadas dependerá de la longitud de los códigos empleados, el factor de sobremuestreo y ancho del bus de datos de entrada.

Los parámetros de configuración del LPS son los especificados al inicio de la sección 6.5, cuyos valores se recuerdan a continuación:

- Emisión: Codificación de la señal ultrasónica con códigos Kasami, Msc, Mse, LS y T-ZCZ_{2'} con pico principal de ACF de valor 1024 en todos los códigos a excepción de los Kasami, en donde el valor del pico máximo es 1023 (véase la tabla 6.1). Símbolo de modulación compuesto por un único ciclo $N_{SM} = 1$ de una portadora cuadrada de frecuencia $f_e = 41.667 \ kHz$. Inicio de una nueva emisión cada $T_R = 50 \ ms$.
- Recepción: ADC de la tarjeta de adquisición con DW = 8 bits y frecuencia de muestreo $f_a = 500 \ kHz \ (O_f = \frac{f_a}{f_e} = 12).$

Las medidas realizadas se han llevado a cabo con un único micrófono que ha sido ubicado manualmente sobre los 24 mismos puntos de test evaluados durante la fase de simulación, cuyas coordenadas pueden consultarse en la figura 6.23. Dichos puntos han sido emplazados sobre el suelo con la ayuda de un medidor láser de precisión milimétrica. Por cada punto de test y esquema de codificación analizado se ha realizado un total de 100 medidas.

Se muestran en las figuras 6.32 a 6.36 los resultados de posicionamiento obtenidos con

cada tipo de código. Nuevamente los círculos azules en las gráficas (a) y (b) representan las posiciones estimadas en cada medida, y una cruz roja la media de las 100 medidas realizadas por cada punto de test. Por otro lado, cada punto tiene asociado una elipse (en color negro) que indica con un nivel de confianza del 95 % la posición estimada de dicho punto. En los resultados mostrados en estas gráficas no se ha descartado ninguna medida aunque su diferencia respecto al punto real sea superior a 5 cm. Se pretende con esto evaluar en primera instancia los resultados obtenidos sin más post-proceso que el detector de picos del algoritmo 2. En las gráficas (c) pueden observarse las medias y desviaciones típicas de los errores cometidos en los ejes x e y para cada punto de test. Estos mismos valores aparecen en la tabla 6.2 agrupados en porcentajes en función del código empleado y magnitud del error. Además, al final de esta sección, la tabla 6.3 recoge los valores medios de las posiciones típicas.

En las pruebas simuladas, la aparición de valores anómalos o *outliers* dentro de la colección de medidas asociadas a un punto concreto empezaba a hacerse notar para relaciones señal-ruido negativas, llegando incluso a degradarse toda la colección de medidas asociadas a dicho punto para valores de ruido muy elevados (SNR inferiores a $-20 \ dB$). Estos puntos críticos eran los situados alrededor de las balizas. Sin embargo, para relaciones señal-ruido superiores a $-15 \ dB$ los errores de posicionamiento en los ejes x e y de todos los puntos de test evaluados se encuentran por debajo de 1.4 cm en más del 99 % de los casos.

En las pruebas llevadas a cabo con señales reales, el nivel de señal supera al de ruido en todos los puntos de trabajo y las medidas alrededor de las balizas ofrecen resultados correctos en todos los casos, según se había predicho en el modelo simulado. Los errores que más afectan al sistema real están provocados en su mayoría por el multicamino consecuencia de rebotes en la pared o en el mobiliario del espacio de trabajo. Además otros efectos no simulados, como las características reales de los transductores usados en la emisión o la ubicación manual del receptor, introducen un error adicional en el sistema. El ancho de banda real de los emisores y el hecho de que introduzcan una distorsión en fase no lineal, implican la aparición de un pico de valor ligeramente inferior al principal de auto-correlación y separado por un símbolo de modulación del anterior. Por otro lado, la ubicación manual del receptor se traduce en un posible error de desplazamiento, inferior al centímetro, en las medidas realizadas en cada punto, afectando por igual a todos los códigos. Dicho error se suma al de calibración de las balizas ya identificado en las pruebas simuladas. Ambos se corrigen con una correcta calibración y con la ayuda de instrumentación más precisa. En cualquier caso, obsérvese que aún así los resultados obtenidos ofrecen errores inferiores a los 2.5 cm en puntos no afectados por el multicamino, con desviaciones típicas menores que $0.5 \ cm.$

Las medidas situadas en los límites de los ejes son las más afectadas por el multicamino debido a la presencia de paredes u objetos cercanos (recuérdese la distribución del espacio de trabajo en las figuras 6.6 y 6.23). Específicamente, el punto de test P1 no es detectado correctamente cuando se emplean códigos Kasami y macro-secuencias Mse obtenidas mediante entrelazado. Como se verá posteriormente, si no se consideran los TDV asociados a las balizas B5 (en los códigos Kasami) y B4 (en las Mse) los resultados en este punto mejoran considerablemente. Por otro lado, puede observarse que las medidas de los códigos LS y de las macro-secuencias Msc obtenidas mediante concatenación son las que presentan un error medio menor, como también ocurría en el modelo simulado al aumentar el ruido. En el caso de las macro-secuencias, ya en el capítulo 3 se llegó a la conclusión de que las generadas mediante concatenación eran más inmunes al ruido que las generadas mediante entrelazado, quedando esto corroborado con las medidas simuladas y reales realizadas con el LPS. En las figuras puede verse también que el desplazamiento de las posiciones estimadas con los pares $T-ZCZ_{2'}$ es levemente distinto al de los otros códigos, ya que se ha realizado empleando únicamente cuatro balizas. En cualquier caso, coincidiendo con los resultados del modelo simulado, las diferencias entre los distintos códigos no son excesivamente notables. Los errores medios asociados a ambos ejes permanecen por debajo de los 5 cm en más de un 82 % de las medidas realizadas, aumentando este porcentaje por encima del 94 % en el caso de los códigos LS. Asimismo, los valores de dispersión de las posiciones estimadas son inferiores al medio centímetro en un alto número de medidas realizadas.



Figura 6.32: a) Estimación de las coordenadas de 24 puntos de test con un nivel de confianza del 95 % cuando se emiten códigos Kasami; b) Ampliación de los puntos de test P2, P12 y P24; c) valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje.



Figura 6.33: a) Estimación de las coordenadas de 24 puntos de test con un nivel de confianza del 95 % cuando se emiten macro-secuencias Msc; b) Ampliación de los puntos de test P2, P12 y P24; c) valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje.



Figura 6.34: a) Estimación de las coordenadas de 24 puntos de test con un nivel de confianza del 95 % cuando se emiten macro-secuencias Mse; b) Ampliación de los puntos de test P2, P12 y P24; c) valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje.



Figura 6.35: a) Estimación de las coordenadas de 24 puntos de test con un nivel de confianza del 95 % cuando se emiten códigos LS; b) Ampliación de los puntos de test P2, P12 y P24; c) valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje.



Figura 6.36: a) Estimación de las coordenadas de 24 puntos de test con un nivel de confianza del 95 % cuando se emiten códigos T-ZCZ_{2'}; b) Ampliación de los puntos de test P2, P12 y P24; c) valores medios y desviaciones típicas del error cometido en cada eje.

Código	Errore	es medios en o	el eje x (cm)		Errore	es medios en o	el eje y (cm)			
Courgo	[0-1)	[1 - 2.5)	[2.5-5)	$[5-\infty)$	[0-1)	[1 - 2.5)	[2.5-5)	$[5-\infty)$		
Kasami*	20.58 %	48.04 %	29.50 %	1.87 %	28.5 %	41.04 %	22.54 %	7.92 %		
Msc	29.21 %	43.58 %	24.83 %	2.37~%	35.96~%	37.16 %	20.46~%	6.42 %		
Mse**	20.42 %	30.92~%	44.92 %	$3.75 \ \%$	21.50 %	35.00 %	26.08~%	17.42 %		
LS	32.33 %	32.42 %	31.04 %	4.21 %	32.46~%	33.29 %	28.92 %	5.33~%		
$T-ZCZ_{2'}$	21.83 %	25.75 %	39.87 %	12.54~%	$16.21 \ \%$	35.96 %	38.46 %	9.37~%		
Código	Desvia me	ción estándar dios en el eje	de los errore x (cm)	S	Desviación estándar de los errores medios en el eje y (cm)					
	[0 - 0.5)	[0.5 - 1.5)	[1.5 - 2.5)	$[2.5 - \infty)$	[0 - 0.5)	[0.5 - 1.5)	[1.5 - 2.5)	$[2.5 - \infty)$		
Kasami*	75.00 %	12.50 %	8.33 %	4.17 %	75.00 %	12.50 %	8.33 %	4.17 %		
Msc	79.83 %	8.33 %	12.50 %	0.00 %	70.83 %	16.67 %	8.33 %	4.17 %		
Mse**	70.83 %	16.67 %	8.33 %	4.17 %	66.67 %	12.50 %	20.83 %	0.00 %		
LS	75.00 %	12.50 %	8.33 %	4.17 %	$79.17 \ \%$	12.50~%	4.17 %	4.17 %		
$T\text{-}ZCZ_{2'}$	70.83 %	20.83 %	8.33 %	0.00 %	70.83 %	20.83 %	4.17 %	4.17 %		
* Sin cons ** Sin con	iderar los Т siderar los	TDV de la l TDV de la	oaliza B5. baliza B4.							

Tabla 6.2: Distribución del error medio y las desviaciones típicas en función del código emitido.

Se muestran a continuación las gráficas de correlación y valores de DTDV de dos puntos claves de test: el P1 fuertemente afectado por el multicamino, y el P12 situado en las proximidades de una de las balizas. La señal recibida en el P1, además de verse afectada por los rebotes de la pared advacente, está bastante atenuada (véase la figura 6.37) en comparación con la recibida en el P12 (figura 6.40), debido a la distancia de dicho punto P1 a las balizas (recuérdese la figura 6.8.b donde se mostró la atenuación de la señal emitida con la distancia). En la figura 6.38 puede observarse, para cada uno de los códigos bajo estudio, la salida de los correladores asociados a las emisiones de las balizas B4 y B5 cuando el receptor está en el punto P1. Siguiendo con el mismo esquema de representación utilizado en figuras anteriores, un círculo rojo indica el pico validado y dos líneas discontinuas delimitan la ventana F_0 bajo análisis. En todos los códigos puede observarse la aparición de dos picos más elevados que el resto en la ventana F_0 . El primero de ellos corresponde al eco directo y el segundo, recibido unos 2.45 ms después, al recibido tras rebotar en la pared. Se da la circunstancia de que este segundo eco llega dentro de la ventana de análisis y, en el caso concreto de los códigos Kasami y macro-secuencias Mse, llega incluso a superar el valor del pico principal de auto-correlación en algunas medidas. Concretamente son las emisiones de

las balizas B4 y B5, más cercanas al P1, las que se ven más afectas por el multicamino. Cuando los códigos emitidos son Kasami la B5 es la problemática, en las Mse sin embargo es la B4.

Los efectos del multicamino en los diferentes códigos se traducen en medidas de TDV, y en consecuencia de DTDV, erróneas. Así en la figura 6.39 se muestran las DTDV obtenidas para cada una de las medidas realizadas en el P1 en función del esquema de codificación empleado. La baliza más cercana y por tanto la de referencia es la B4. En el caso de las Mse se ha tomado como referencia la B5 puesto que la B4 es en la que se producen validaciones erróneas. Obsérvese que en este caso las medidas $\Delta t_{4,5}$ correctas son las que están por debajo de cero. En el caso de los códigos Kasami también hay un alto número de medidas incorrectas como demuestran los valores de $\Delta t_{5,4}$. El resto de códigos son más robustos ante el multicamino, y específicamente las DTDV de los códigos LS y T-ZCZ₂/ presentan variaciones despreciables en las 100 medidas realizadas. En estas dos últimas familias el eco del multicamino se recibe en la IFW, de modo que su valor no se ve incrementado por los propios lóbulos laterales del código y en ningún caso éste llega a superar el valor del pico principal.

Los errores en P1 de los códigos Kasami y Mse provocados por el multicamino pueden mitigarse fácilmente añadiendo un umbral al detector de picos y considerando únicamente el primer pico que supere dicho umbral; o bien, dado que se producen únicamente en una de las cinco balizas, anulando aquella cuyas medidas son incorrectas. Esta segunda solución es la que se ha adoptado, realizando entonces el posicionamiento con cuatro balizas.

La señal recibida en el punto de test P12 aparece representada en la figura 6.40, las funciones de correlación correspondientes a las recepciones de las balizas B2 y B3 se muestran en la figura 6.41, y finalmente, las DTDV en cada una de las 100 medidas realizadas con cada código pueden observarse en la figura 6.42. En este punto de test la señal recibida con menor energía es la de la baliza B3. Dado el bajo nivel de ruido, los picos de auto-correlación asociados a las emisiones de B3 pueden distinguirse con claridad en todos los esquemas de codificación evaluados. No obstante, puede observarse que estos picos aparecen rodeados de lóbulos laterales de menor magnitud en los códigos LS y T-ZCZ_{2'}. Esto va en consonancia con los resultados simulados, en donde se veía que en condiciones de ruido elevado los códigos que menos afectados se veían por el efecto cerca-lejos eran precisamente los LS. La variación máxima de las DTDV en las 100 medidas realizadas es de 2 muestras (4 μs) con cualquiera de los códigos evaluados. Resultados similares se obtienen en los puntos P14 y P13, más cercanos a otras balizas.



Figura 6.37: Señales recibidas en el P1 después de la emisión simultánea de las balizas.



(c) Macro-secuencias Mse obtenidas mediante entrelazado de CSS.



Figura 6.38: Salidas de los correladores asociados a las balizas B4 y B5 cuando el receptor está situado en P1.



(e) T-ZCZ_{2'}

Figura 6.39: Variaciones en las DTDV después de 100 emisiones, cuando el receptor está situado en el P1.



Figura 6.40: Señales recibidas en el P12 después de la emisión simultánea de las balizas.



(c) Macro-secuencias Mse obtenidas mediante entrelazado de CSS.



Figura 6.41: Salidas de los correladores asociados a las balizas B2 y B3 cuando el receptor está situado en P12.



(e) $T-ZCZ_{2'}$

Figura 6.42: Variaciones en las DTDV después de 100 emisiones, cuando el receptor está situado en el P12.

Para finalizar, la tabla 6.3 recoge numéricamente los valores medios y desviaciones típicas de las posiciones estimadas en cada punto de test, cuya representación gráfica se mostró en las figuras 6.32 a 6.36.

Capítulo 6. Resultados	prácticos con	señales u	ltrasónicas
------------------------	---------------	-----------	-------------

$\sigma(y)~(ext{cm})$	2.071	0.155	0.113	0.096	1.817	0.123	0.138	0.185	0.173	0.181	0.141	0.116	3.672	0.453	0.127	0.124	0.091	0.105	0.098	0.108	1.649	1.005	0.380	2.326	0.987
$\overline{y}~(\mathrm{cm})$	103.167	98.946	99.002	99.109	93.831	49.523	49.787	49.422	49.909	52.269	146.934	150.708	148.742	149.467	150.850	147.953	147.844	147.702	147.874	148.940	-47.182	-42.273	-47.587	-48.676	-47.251
$\sigma(x) \ ({\rm cm})$	2.273	0.150	0.168	0.113	1.971	0.163	0.150	0.113	0.136	0.190	0.341	0.118	3.234	0.149	0.143	0.086	0.096	0.161	0.1123	0.077	1.394	0.745	0.294	2.497	0.566
\overline{x} (cm)	46.379	50.656	50.825	50.723	46.766	908.66	99.937	100.039	99.898	102.847	150.618	152.381	156.914	152.091	150.621	198.802	198.667	198.907	198.793	200.138	297.822	297.914	298.363	300.086	298.118
Punto			P3					P6					P9					P12					P15		
$\sigma(y)~(ext{cm})$	3.259	1.939	2.385	2.324	0.814	0.127	2.557	0.136	1.383	1.779	0.109	0.115	1.485	0.110	0.096	0.111	0.284	0.111	0.143	0.134	0.184	0.185	0.215	0.137	0.246
$\overline{y} \ (\mathrm{cm})$	2.537	1.806	1.161	0.715	2.755	196.781	200.374	190.857	196.579	201.715	99.420	99.349	96.632	99.525	101.256	50.994	50.796	48.728	50.987	53.295	147.934	147.969	147.782	147.883	148.498
$\sigma(x)$ (cm)	3.608	1.971	2.580	2.470	1.798	0.1262	2.817	0.169	1.490	1.014	0.107	0.134	1.374	0.091	0.078	0.1137	0.222	0.116	0.096	0.115	0.170	0.141	0.126	0.155	0.162
\overline{x} (cm)	48.218	51.389	50.927	54.588	56.794	51.167	46.938	46.128	50.596	45.618	149.434	149.482	146.923	149.556	151.634	198.363	198.411	196.501	198.585	199.724	248.037	247.576	248.117	247.557	248.654
Punto			P2					P5					P8					P11					P14		
$\sigma(y)~({ m cm})$	0.223^{*}	0.653	0.553^{**}	2.945	4.130	0.091	0.120	0.509	0.151	2.331	0.1932	0.150	0.135	0.125	0.621	0.156	0.171	0.562	0.115	0.174	0.176	0.118	0.142	0.113	0.165
$\overline{y} \ (\mathrm{cm})$	49.820^{*}	49.212	57.070**	46.277	47.726	147.756	147.777	142.664	147.823	152.067	198.468	196.286	196.199	196.281	197.083	1.786	1.576	1.530	1.466	4.556	99.513	99.894	98.876	99.816	101.283
$\sigma(x)~({ m cm})$	0.343^{*}	0.806	0.699^{**}	3.407	4.920	0.118	0.122	0.525	0.129	2.543	0.109	0.124	0.131	0.131	0.353	0.120	0.164	0.470	0.136	0.198	0.232	0.145	0.113	0.099	0.136
\overline{x} (cm)	-0.975*	0.105	-1.284^{**}	-2.516	1.243	51.190	51.213	45.854	50.916	56.032	906.76	100.808	100.582	100.739	103.547	198.523	198.933	198.755	198.543	200.067	246.306	246.812	246.978	246.737	247.725
Punto			$\mathbf{P1}$					P4					P7					P10					P13		
Código	Kasami	Msc	Mse	ΓS	$\mathrm{T}\text{-}\mathrm{Z}\mathrm{C}\mathrm{Z}_{2'}$	Kasami	Msc	Mse	ΓS	$\mathrm{T}\text{-}\mathrm{Z}\mathrm{C}\mathrm{Z}_{2'}$	Kasami	Msc	Mse	ΓS	$\mathrm{T}\text{-}\mathrm{Z}\mathrm{C}\mathrm{Z}_{2'}$	Kasami	Msc	Mse	LS	$\mathrm{T}\text{-}\mathrm{Z}\mathrm{C}\mathrm{Z}_{2'}$	Kasami	Msc	Mse	ΓS	$T-ZCZ_{2'}$

0	С	Δ
4	υ	4

Continuación de la Tabla 6.3

Código	Punto	\overline{x} (cm)	$\sigma(x) \ (ext{cm})$	\overline{y} (cm)	$\sigma(y) \ (ext{cm})$	Punto	\overline{x} (cm)	$\sigma(x) \ (\text{cm})$	\overline{y} (cm)	$\sigma(y)~(ext{cm})$	Punto	\overline{x} (cm)	$\sigma(x) \ ({ m cm})$	\overline{y} (cm)	$\sigma(y)~(ext{cm})$
Kasami		298.196	2.051	1.624	2.306		296.526	0.231	98.516	0.189		297.778	0.125	196.178	0.140
Msc		297.883	0.164	0.641	0.200		297.415	0.161	98.932	0.235		297.989	0.137	196.349	0.128
Mse	P16	298.689	0.658	0.594	0.830	P17	297.301	0.199	98.747	0.405	P18	298.22	0.303	196.240	0.355
LS		298.226	0.662	0.945	0.816		297.216	0.189	99.163	0.156		297.841	0.137	196.359	0.125
$T-ZCZ_{2'}$		298.009	0.181	3.513	0.352		296.931	0.181	100.285	0.155		298.052	0.123	196.685	0.138
Kasami		301.191	0.369	242.039	0.405		301.695	2.278	298.206	2.865		346.863	0.274	50.567	0.309
Msc		299.537	2.876	243.256	3.421		300.531	1.014	293.084	2.024		346.660	0.139	50.223	0.120
Mse	P19	297.458	0.1132	247.835	0.142	P20	298.945	2.280	298.610	3.561	P21	346.783	0.157	50.788	0.212
LS		298.896	0.128	245.587	0.198		299.574	1.801	295.328	2.147		346.776	0.138	50.335	0.162
$T-ZCZ_{2'}$		301.987	1.379	243.703	0.856		300.589	1.111	299.315	1.395		346.122	0.654	52.667	0.361
Kasami		347.693	0.823	246.759	0.942		396.125	0.134	1.879	0.147		396.047	0.154	147.933	0.146
Msc		347.602	0.475	246.533	0.511		396.268	0.495	0.710	0.677		395.915	0.189	148.098	0.113
Mse	P22	347.461	0.175	246.210	0.158	P23	396.677	2.036	7.565	2.018	P24	395.879	0.165	148.065	0.121
LS		347.917	0.729	246.076	0.923		395.966	0.402	1.423	0.374		396.183	0.167	147.049	0.151
$T-ZCZ_{2'}$		347.234	0.156	245.793	0.157		396.524	0.182	1.833	0.160		394.815	0.200	149.108	0.130
* Sin con	siderar	los TDV (de la baliza	B5.										-	
** Sin co.	nsiderar	los TDV	de la baliza	a B4.											

Tabla 6.3: Medias $(\overline{x}, \overline{y})$ y desviaciones estándar $(\sigma(x), \sigma(y))$ de las posiciones obtenidas para 100 medidas en cada punto.

6.7. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado la implementación de un LPS ultrasónico orientado a la privacidad que permite el acceso al medio mediante técnicas CDMA, utilizando para ello los distintos esquemas de codificación evaluados en esta tesis (Kasami, macro-secuencias Msc de CSS obtenidas mediante concatenación, macro-secuencias Mse de CSS obtenidas mediante entrelazado, códigos LS o pares $T-ZCZ_{2'}$). El sistema ha sido previamente simulado realizando modelos de los distintos bloques que componen el LPS: generadores de códigos, modulador BPSK, características de los transductores, efecto del canal, demodulador BPSK, bloque de correlación, detección de picos y algoritmos de alto nivel para el cómputo de la posición. Los resultados de simulación han sido posteriormente comparados con los obtenidos experimentalmente a partir de señales ultrasónicas reales.

El LPS propuesto consta de cinco balizas situadas en el techo a una altura de 3.45 my distribuidas sobre una estructura cuadrada de 1 $m \times 1 m$. Todas las balizas emiten simultáneamente los códigos especificados modulados previamente con una portadora cuadrada de frecuencia $f_e = 41.667 \ kHz$. Los códigos emitidos por las balizas forman un conjunto preferido y tienen un pico de auto-correlación de valor 1024 (1023 en las Kasami). Por otro lado, se ha ubicado sobre el suelo un total de 24 puntos de test dispuestos en distintas localizaciones para cubrir un área aproximada de 4.5 $m \times 3.5 m$. El receptor se ha situado en cada uno de estos puntos y para cada esquema de codificación analizado se han llevado a cabo un total de 100 medidas, siendo la frecuencia de adquisición $f_a = 500 \ kHz$. Con esto, las propiedades que han sido objeto de estudio son:

- Operación multimodo: se ha comprobado, tanto en las pruebas simuladas como en las reales, la capacidad del receptor de distinguir las cinco emisiones simultáneas procedentes de las balizas. De este modo se dota al receptor de una mayor cantidad de información del entorno, que redunda en una mayor velocidad de exploración, frente al uso de otras técnicas de acceso al medio.
- Inmunidad al ruido: los bajos valores de cota de los códigos empleados se traducen en un alto grado de rechazo al ruido existente en la señal capturada. En las pruebas simuladas se ha comprobado el correcto funcionamiento del sistema con relaciones señal ruido $SNR = -15 \ dB$. Cuando el ratio SNR se sitúa por debajo de los $-20 \ dB$, se ha observado un incremento del número de medidas con errores superiores a los 5 cm en aquellos puntos más próximos a las balizas; siendo este incremento menor para los códigos LS.
- Reducción del efecto cerca-lejos: cuando la señal procedente de una baliza cercana se recibe con una energía muy superior a la de otra más alejada, los lóbulos laterales de la primera pueden llegar a ocultar el pico de auto-correlación de la menos energética. En este sentido, se ha verificado mediante simulación la capacidad de los códigos LS y T-ZCZ de hacer frente a este efecto cerca-lejos, incluso cuando las dos señales

se reciben completamente superpuestas y la relación señal ruido es tan baja como $SNR = -15 \ dB$. La única restricción aquí impuesta viene dada por la recepción de ambos códigos dentro de la ventana libre de interferencias IFW. A las mismas conclusiones se ha llegado posteriormente tras el análisis de los resultados con señales reales.

- Reducción de los errores por efecto multicamino: En las pruebas experimentales se ha observado la aparición de medidas erróneas en puntos de test cercanos a las paredes a causa del multicamino. En este sentido, los códigos LS y T-ZCZ son capaces de combatir mejor estos errores dado que sus funciones de correlación, en condiciones ideales, no presentan lóbulos laterales en la IFW que puedan contribuir a aumentar el valor del pico causado por el multicamino.
- Precisión en la medida de TDV y cómputo de posiciones: se ha comprobado experimentalmente que, en puntos de test no afectados por el multicamino, las variaciones máximas de las DTDV obtenidas tras las diferentes medidas no exceden los 4 μ s. Por otro lado en dichos puntos, y tanto en simulación como en las medidas reales, ha quedado patente que las desviaciones típicas obtenidas están por debajo del medio centímetro. Si bien, existe un sesgo presente en las medidas simuladas y reales, quedando pendiente su corrección a través de una adecuada calibración de las balizas y el uso de instrumental de mayor precisión.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajos futuros

En este capítulo se exponen las conclusiones más relevantes obtenidas de esta tesis, indicándose también las líneas futuras de investigación sobre la temática tratada. Además, se incluyen las publicaciones derivadas de este trabajo, relacionándolas con los aspectos abordados.

7.1. Conclusiones

En esta tesis se ha estudiado el diseño del esquema de codificación más idóneo para su aplicación a sistemas sensoriales ultrasónicos con detección asíncrona. Para ello códigos existentes y nuevas propuestas aquí realizadas se han evaluado atendiendo a los siguientes criterios: 1) alta inmunidad al ruido y la posibilidad de realizar varias emisiones simultáneas sin interferencia entre ellas; 2) procesamiento en tiempo real de los códigos emitidos. El primer criterio requiere el uso de códigos con buenas propiedades de correlación aperiódica. El segundo, implica la disposición de algoritmos eficientes de generación y correlación que reduzcan el número de operaciones a llevar a cabo, permitiendo de este modo su implementación en hardware configurable, lo que hace posible el cómputo en tiempo real de este tipo de procesamiento. En este sentido, las contribuciones más relevantes realizadas en la tesis son las que se detallan a continuación.

• Selección de códigos binarios preferidos y análisis comparativo.

Se ha llevado a cabo una selección de aquellos códigos Kasami, macro-secuencias de CSS, LS y códigos T-ZCZ que menores interferencias de auto-correlación y correlación cruzada presentan, en función de la longitud de los mismos y el número de emisiones simultáneas. Estos códigos, denotados como *preferidos*, son los más adecuados, dentro de la familia elegida, para asegurar una correcta identificación y una alta inmunidad al ruido.

Aunque las propiedades iniciales de la SACF y SCCF de los CSS son ideales, éstas se degradan tras la agrupación mediante entrelazado (Mse) o concatenación (Msc) de las secuencias que componen cada código para su transmisión a través de un único transductor. Así, los valores de cota obtenidos con estas macro-secuencias llegan a superar a los de las secuencias Kasami cuando la detección se realiza de modo asíncrono y las emisiones son no periódicas. No obstante, las diferencias decrecen notablemente cuando la longitud de los CSS evaluados es bastante mayor que el número de usuarios simultáneos. En estos casos el uso de macro-secuencias de CSS resulta más interesante ya que disponen de algoritmos eficientes asociados para realizar su procesamiento y poder operar en tiempo real. Además, permiten un mayor rango de longitudes de código que las secuencias Kasami. Por otro lado, del estudio realizado se ha comprobado que interesa evitar el uso de macro-secuencias derivadas de CSS con un número de secuencias igual a la longitud de las mismas (M = L), ya que éstas son más vulnerables a las interferencias inter-símbolo y por acceso múltiple. Del mismo modo, las macro-secuencias obtenidas mediante entrelazado presentan valores de cota mayores que las obtenidas mediante concatenación.

Los códigos LS y T-ZCZ son más robustos que los anteriores siempre y cuando la diferencia entre la llegada de los distintos TDV no exceda la zona libre de interferencias (IFW) que éstos presentan alrededor del origen. Frente a estudios previos centrados únicamente en las propiedades de la IFW, aquí se ha analizado también el área con interferencias (IW), proporcionando un listado con los códigos con menores valores de cota y número de interferencias dentro de dicha área. De entre estos códigos se ha determinado que los LS obtenidos a partir de pares Golay necesitan menores longitudes de código para obtener una ventana sin interferencias del mismo tamaño.

• Propuesta de un nuevo esquema de codificación con pares T-ZCZ.

La técnica de codificación basada en pares T-ZCZ permite reducir el ISI y MAI en aplicaciones cuasi-síncronas (empleando un menor número de secuencias por código que los CSS) y evita introducir zonas de guarda en el caso de emisión periódica. Sin embargo, si se desea introducir estas técnicas en un sistema ultrasónico que opere en tiempo real resulta necesario el desarrollo de algoritmos eficientes que reduzcan el número de operaciones a llevar a cabo. Los nuevos pares T-ZCZ propuestos en esta tesis derivan de los CSS y permiten la implementación eficiente de sus algoritmos de generación y detección. Además presentan zonas IW más reducidas y con interferencias de menor magnitud que las conseguidas con métodos previos.

• Implementación hardware y desarrollo de algoritmos de generación y correlación eficiente para códigos derivados de CSS.

Existen algoritmos eficientes para la generación (ESSG) y correlación (ESSC) de CSS que reducen la carga computacional en comparación con implementaciones directas. En esta tesis la arquitectura de dichos algoritmos ha sido modificada para facilitar su implementación en hardware configurable, habiéndose realizado dos propuestas de diseño. Una es un diseño específico que permite adaptarse a los requisitos de la aplicación en tiempo de síntesis. La otra, aunque hace un uso menos eficiente de los recursos, puede configurarse en tiempo de ejecución resultando de gran interés para aplicaciones en entornos poco estables. Además la propuesta en pre-síntesis ha sido adaptada a los esquemas de transmisión mediante macro-secuencias, observando que las que han sido generadas a partir de pares Golay requieren un menor número de recursos y permiten mayores frecuencias de operación. Es por tanto más aconsejable el empleo de estas macro-secuencias en lugar de las conseguidas a partir de CSS con M = L, también desde la perspectiva de los valores de cota.

Otra propuesta interesante consiste en el desarrollo de algoritmos eficientes para la generación y correlación de códigos LS, ya sean estos últimos obtenidos a partir de pares Golay o de CSS. Utilizando dichos algoritmos el número total de operaciones a realizar disminuye significativamente, lo que hace posible el empleo de códigos de mayor longitud, la detección en un único dispositivo de un mayor número de usuarios simultáneos y un aumento de la velocidad de proceso. Además, se ha acometido la implementación hardware en lógica configurable, observando que cumple con los tiempos de ejecución impuestos por un sistema sensorial ultrasónico basado en la medida de TDV.

Igualmente, se han desarrollado algoritmos para la generación y correlación eficiente de los pares T-ZCZ propuestos en esta tesis. A partir de la secuencia elemental los algoritmos de generación permiten la obtención simultánea de una familia con M pares de códigos T-ZCZ. Del mismo modo, los algoritmos propuestos para la correlación realizan la búsqueda simultánea de todos los posibles códigos T-ZCZ de una misma familia en la señal recibida, empleando menos operaciones que un correlador directo convencional. La optimización propuesta permite una implementación hardware sencilla a partir de las realizadas para los ESSG y ESSC.

• Diseño de un LPS ultrasónico basado en CDMA.

Los resultados de carácter genérico obtenidos con cada uno de los esquemas de codificación evaluados durante la tesis se han corroborado en un LPS ultrasónico basado en la medida de diferencias de TDV (DTDV).

Los resultados obtenidos pueden sintetizarse en los siguientes puntos: 1) la capacidad real de operación multimodo se ha comprobado mediante la correcta identificación de cinco códigos preferidos emitidos de modo simultáneo; 2) se ha comprobado que los códigos LS y T-ZCZ son más inmunes al multi-camino y al efecto cerca-lejos cuando las DTDV no exceden el tamaño de la IFW en el origen; 3) ha podido constatarse de modo experimental que las macro-secuencias obtenidas mediante concatenación son más robustas que las obtenidas mediante entrelazado; 4) las desviaciones típicas de los resultados de posicionamiento obtenidos en la mayor parte de las medidas realizadas son del orden de milímetros, excediendo los 2.5 cm sólo en medidas alejadas de las balizas y afectadas por el multicamino.

7.2. Trabajos futuros

Esta tesis aborda la crucial tarea de la elección y diseño de códigos apropiados para aplicaciones ultrasónicas basadas en CDMA. Los resultados indican que se han conseguido algunas mejoras gracias al empleo de códigos derivados de CSS y la propuesta de algoritmos que reducen la carga computacional en el proceso de detección. Queda sin embargo mucho trabajo por hacer en este campo; específicamente algunas de las tareas a realizar son:

• Estudio de nuevos códigos con mejores propiedades de correlación aperiódica.

Hay todavía un largo camino por recorrer en la construcción de códigos óptimos con valores de cota similares a los teóricos. Una de las contribuciones de esta tesis consiste en la propuesta de una nueva familia de códigos con tres zonas de correlación cero, y que salva las restricciones de los CSS en cuanto al número de secuencias asignadas a cada emisor. Sin embargo, estos códigos presentan limitaciones cuando el número de emisiones simultáneas aumenta, obligando al empleo de longitudes elevadas para mantener una IFW de tamaño suficiente.

Sería interesante dedicar más esfuerzos a la búsqueda de códigos unitarios con zonas de correlación aperiódica nulas. Los códigos LS pueden ser un ejemplo, pero el tamaño de la IFW es reducido en comparación con la longitud del código y además la inserción de ceros en el código implica una pérdida de ganancia y una menor inmunidad al ruido frente a otros códigos de la misma longitud. Sería por tanto deseable disponer de códigos unitarios con zonas de correlación aperiódica nulas formados únicamente por valores -1 y +1. Además, el tamaño de las IFW debería ser mayor que el conseguido con los códigos actuales y el número de códigos disponibles para una longitud determinada debería verse también incrementado. Hasta al momento, se dispone de soluciones parciales para IFWs reducidas y longitudes específicas.

Además, sería de utilidad tratar de reducir la complejidad de los algoritmos dedicados a la búsqueda de sub-conjuntos de códigos con valores mínimos de cota aperiódica, de modo que sea posible la identificación de grupos de códigos de mayor longitud que los conseguidos a través de una búsqueda exhaustiva.

• Mejora y propuesta de nuevos correladores eficientes.

A pesar del poder de cómputo de las plataformas actuales, las necesidades de un número cada vez mayor de emisiones simultáneas y el empleo de códigos de mayor longitud demandan el uso de algoritmos eficientes que reduzcan en mayor medida la carga computacional, el consumo de recursos y la complejidad de su implementación hardware.

• Aplicación de los algoritmos eficientes propuestos en esta tesis a otras áreas.

Los algoritmos y propuestas realizadas en esta tesis pueden emplearse para mejorar las prestaciones de otros sistemas ultrasónicos basados en técnicas de acceso al medio CDMA, como la evaluación no destructiva de materiales, ultrasonografía médica, formación de patrones (*beamforming*), o las aplicaciones subacuáticas. Por otro lado, se está llevando actualmente una intensa búsqueda del esquema de codificación más adecuado para la siguiente generación de dispositivos de comunicación inalámbricos, siendo los códigos derivados de CSS los más prometedores [Li03, Che07, CCG08]. La mejora y adaptación de los algoritmos propuestos en esta tesis para su aplicación a estos sistemas de comunicación resulta por tanto una interesante línea de trabajo futura.

El LPS utilizado en las pruebas experimentales ha sido diseñado con el propósito de obtener una plataforma física sobre la que probar los distintos esquemas de codificación analizados durante la tesis, y puede ser mejorado en diversos aspectos. Ha quedado demostrado tras el análisis de las pruebas experimentales la necesidad de desarrollar estrategias que permitan la calibración exacta de las balizas. Además sería interesante el diseño de nuevos módulos de detección de picos específicos para códigos ortogonales generalizados y cuya implementación hardware no demande recursos en exceso. La inclusión de algoritmos de post-proceso para mitigar los efectos de ISI y MAI puede suponer la obtención de mejores resultados con algunos de los códigos evaluados (como las Mse), cuyas funciones de correlación presentan resultados más pobres. Finalmente, otra sugerencia consistiría en incluir nuevas estructuras de balizas para expandir el área de cobertura. De este modo los robots móviles podrían moverse del área de influencia de una estructura a otra y, eligiendo los códigos adecuados para cada una de ellas, evitar las interferencias e incertidumbres en las áreas de transición.

7.3. Publicaciones derivadas de la tesis

Finalmente se presentan las publicaciones relacionadas con esta tesis, indicándose qué aspecto de la misma ha sido tratado en ellas y el capítulo o apartado del que derivan.

Publicaciones en revistas internacionales

[PUH⁺07a] M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, W. P. Marnane, C. De Marziani y A. Jiménez. Hardware Implementation of an Efficient Correlator for Interleaved Complementary Sets of Sequences. Journal of Universal Computer Science, 13(3): 388-406, marzo, 2007.

En este trabajo se presentó la implementación del correlador Mse-ESSC de macrosecuencias de CSS obtenidas mediante entrelazado (véase el apartado 4.2.2).

[PUH⁺08a] M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, F. J. Álvarez, A. Jiménez y C. De Marziani. Efficient correlator for LS codes generated from Orthogonal CSS. IEEE Communications Letters, 12(10): 764-766, octubre, 2008.

En este trabajo se presentaron los algoritmos de generación y correlación eficientes de códigos LS obtenidos a partir de CSS (véase el apartado 4.3.2).

[PUH⁺08b] M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, A. Jiménez y C. De Marziani. Efficient Generation and Correlation of Sequence Pairs with Three Zero Correlation Zones. *IEEE Transactions on Signal Processing*, artículo en fase de revisión, octubre, 2008.

Este trabajo recoge el nuevo esquema de generación de códigos T-ZCZ propuesto en esta tesis, así como los generadores y correladores eficientes asociados (véase el capítulo 5).

Publicaciones en congresos internacionales

[PHU⁺06a] M. C. Pérez, A. Hernández, J. Ureña, C. De Marziani y A. Jiménez. FPGA-based Implementation of a Correlator for Kasami Sequences. Proc. of 11th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA'06), páginas 1141-1144, Praga, Républica Checa, septiembre, 2006.

En este trabajo se presentaron distintas alternativas de implementación de un correlador directo (véase la sección 4.1).

[PUH⁺06a] M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, C. De Marziani, A. Ochoa y W. P. Marnane. FPGA Implementation of an Efficient Correlator for Complementary Sets of Sequences. Proc. of IEEE International Conference on Field Programmable Logic and Applications (FPL'06), páginas 697-700, Madrid, España, agosto, 2006.

En este trabajo se presentó la implementación configurable en pre-síntesis del correlador eficiente ESSC (véase el apartado 4.2.1).

[PUH⁺07b] M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, W. P. Marnane, A. Jiménez y F. J. Álvarez. Efficient Real-Time Correlator for LS Sequences. Proc. of IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE'07), páginas 1663-1668, Vigo, España, junio, 2007.

En este trabajo se expuso el nuevo algoritmo desarrollado para la correlación de códigos LS obtenidos a partir de pares Golay. Se presentó también la implementación hardware del mismo sobre una plataforma configurable (véase el apartado 4.3.1).

[PUH⁺07c] M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, C. De Marziani, A. Jiménez, J. M. Villadangos y F. J. Álvarez. Ultrasonic beacon-based Local Positioning System using Loosely Synchronous codes. Proc. of IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing (WISP'07), páginas 923-928, Madrid, España, octubre, 2007.

En este trabajo se presentaron resultados simulados de un LPS ultrasónico basado en códigos LS (véase la sección 6.5).

[UPO⁺07] J. Ureña, M. C. Pérez, A. Ochoa, A. Hernández, C. De Marziani, F. J. Álvarez, J. J. García, A. Jiménez y J. A. Jiménez. Separation of concurrent echoes depending on the emitting source using DS-CDMA. Proc. of 19th International Conference on Acoustics (ICA'07), páginas 1-6, Madrid, España, septiembre 2007.

En este trabajo se compararon las prestaciones de códigos Kasami, Mse y LS en un LPS ultrasónico (véase la sección 6.5).

Publicaciones en congresos nacionales

[PHU⁺05] M. C. Pérez, A. Hernández y J. Ureña. Optimización de un correlador de secuencias-m mediante la transformada Walsh. Actas de las V Jornadas de Computación Reconfigurable y Aplicaciones (JCRA'05), páginas 327-332, Granada, España, septiembre, 2005.

En este trabajo se presentó una mejora para la correlación en secuencias-m que permite reducir a la mitad el número de cálculos a realizar, y, de este modo, obtener una implementación más adecuada para su implantación en hardware específico (este trabajo no se ha recogido en la tesis ya que, aunque mejora las prestaciones de un correlador directo, requiere el mismo número de operaciones que otros trabajos ya publicados [LLK96]).

[PHU⁺06b] M. C. Pérez, A. Hernández, J. Ureña, C. De Marziani y A. Jiménez. Macrosecuencias de conjuntos complementarios versus secuencias Kasami para detección asíncrona. Actas del Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación (SAAEI'06), Gijón, España, septiembre, 2006.

En este trabajo se llevó a cabo una comparativa entre macro-secuencias Mse y secuencias Kasami para el caso de detección asíncrona. La comparativa considera los valores de cota de ambos códigos (véase el capítulo 3) y los recursos hardware necesarios para su detección (véase el capítulo 4).

[PUH⁺06b] M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, W. P. Marnane y C. De Marziani. Implementación hardware de un correlador eficiente de macrosecuencias generadas a partir de Conjuntos de Secuencias Complementarias. Actas de las VI Jornadas de Computación Reconfigurable y Aplicaciones (JCRA'06), páginas 167-172, Cáceres, España, septiembre, 2006.

En este trabajo se propuso un esquema de implementación en VHDL de un correlador eficiente de macro-secuencias de CSS (véase la sección 4.2).

Apéndice A

Polinomios primitivos para la generación de secuencias-m

La base para la construcción de secuencias-m de período $L = 2^N - 1$ es un polinomio primitivo h(x) de grado N:

$$h(x) = h[0] \cdot x^{N} + h[1] \cdot x^{N-1} + \dots + h[N-1] \cdot x + h[N] = \sum_{i=0}^{N} h[i] \cdot x^{N-i}$$
(A.1)

En donde h[0] = h[N] = 1. Este polinomio especifica la realimentación del registro de desplazamiento lineal (LFSR) a partir del cual se obtienen las secuencias-m. Un LFSR está formado, según se indica en la figura A.1, por N celdas de memoria de valor 0 ó 1. En cada ciclo de reloj el contenido de las celdas de memoria se desplaza una posición a la derecha, y las salidas de las celdas especificadas por h(x) se suman en módulo dos obteniendo así el nuevo bit de mayor peso. Específicamente, existe realimentación a la salida de la késima celda cuando h[k] = 1 y no hay realimentación en caso de que h[k] = 0. Por otro lado, conociendo que el estado inicial del LFSR es $\hat{a}_0[N-1], \hat{a}_0[N-2], \dots, \hat{a}_0[0]$, puede generarse una secuencia-m según (A.2):

$$\hat{a}[n] = \begin{cases} \hat{a}_0[n], & 0 \le n < N\\ \sum_{i=1}^N h[i] \cdot \hat{a}[n-i], & n \ge N, \ h[i] \in 0, 1 \end{cases}$$
(A.2)

En donde $\hat{a}[n] \in \{1, 0\}$ es la representación binaria de la secuencia $a[n] = (-1)^{\hat{a}[n]} \in \{-1, +1\}.$

Existen polinomios primitivos de grado N para cada valor N. Es más, dado un valor N cualquiera, hay $\frac{\phi(2^N-1)}{N}$ polinomios primitivos que conducen a secuencias-m distintas, siendo $\phi(n)$ la función Totient de Euler que indica el número de enteros positivos en el



Figura A.1: Registro de desplazamiento realimentado lineal (LFSR) correspondiente a h(x).

conjunto 0, 1, \cdots , n-1 que son primos relativos¹ a n.

En la tabla A.1 se representan, para valores de $1 \leq N \leq 12$, los coeficientes $h[0]h[1]\cdots h[N-1]$ de los polinomios primitivos h(x) que dan lugar a secuencias-m de longitud $L = 2^N - 1$. Un listado más completo puede encontrarse en [FD96].

N	h(x)
1	10, 11
2	111
3	1011, 1101
4	10011, 11001
5	100101, 101001, 101111, 110111, 111011, 111101
6	1000011, 1011011, 1100001, 1100111, 1101101, 1110011
7	$10000011, \ 10001001, \ 10001111, \ 10010001, \ 10011101, \ 10100111, \ 10101011, \ 10111001,$
	10111111, 11000001, 11001011, 11010011, 11010101, 11100101, 11101111, 11110001,
	11110111, 1111101
8	100011101, 100101011, 100101101, 101001101, 101011111, 101100011, 101100101, 101101001, 1011000000, 100000000
	101110001, 110000111, 110001101, 110101001, 111000011, 111001111, 111100111, 11110101
9	1000010001, 1000011011, 1000100001, 1000101101, 1000110011
	1001101001, 1001101111, 1001110111, 1001111101, 1010000111, 1010010101, 1010100011,
	1010100101, 1010101111, 1010110111, 1010111101, 1011001111, 1011010001, 1011011011,
	1011110101, 1011111001, 1100010011, 1100010101, 1100011111, 1100100011, 11001100
	1100111011, 1101001111, 1101011011, 1101100001, 1101101011, 1101101101, 1101110011,
	1101111111, 1110000101, 1110001111, 1110110101, 11101110
	1111001101,1111010101,1111011001,1111100011,1111101001,111111010

¹Dos números a y b son primos relativos si el máximo común divisor es mcd(a, b) = 1.

Continuación de la Tabla A.1

N	h(x)
10	$10000001001, \ 10000011011, \ 10000100111, \ 10000101101, \ 10001100101, \ 10001101111, $
	10010000001, 10010001011, 10011000101, 10011010111, 1001110011
	10011111111, 10100001101, 10100011001, 10100011001, 10100100011, 101001100001, 10100110001, 10100110001, 10100110001, 10100110001, 10100110001, 10100110001, 10100110001, 10100110001, 10100110001, 101000110001
	10100111101, 10101000011, 10101010111, 1010110101
	$10110010111, \ 10110100001, \ 10111000111, \ 10111100101, \ 10111110111, \ 10111111011, \ 10111111011, \ 10111111011, \ 101111111011, \ 101111111011, \ 1011111111011, \ 101111111111$
	11000010011, 11000010101, 11000100101, 11000110111, 11001000011, 11001001111, 11001000111, 11001001111, 11001000011, 11001001111, 11001000011, 11001000111, 11001000011, 11001000111, 11001000011, 11001000111, 11001000011, 11001000111, 11001000011, 11001000111, 11001000011, 11001000111, 11001000011, 11001000011, 11001000011, 11001000011, 11001000011, 11001000011, 110010000000000
	$11001011011, \ 11001111001, \ 11001111111, \ 11010001001, \ 1101011010$
	11011010011, 11011011111, 11011111101, 111000101111, 11100011101, 11100100001, 11100100001, 11100100001, 11100100001, 11100100001, 11100100001, 11100100001, 11100100001, 11100100001, 11100100001, 11100100001, 111000100001, 11100000001, 1110000000000
	$11100111001, \ \ 11101000111, \ \ 11101000111, \ \ 11101001101, \ \ 11101010101, \ \ 11101011001,$
	11101100011, 11101111101, 11110001101, 11110010011, 11110110001, 11111011011,
	11111110011, 11111111001
11	$10000000101,\ 100000010111,\ 100000101011,\ 100000101011,\ 100001000111,\ 1000001000111,\ 1000001000111,\ 1000001000111,\ 1000001000111,\ 100000100001$
	$100001100101,\ 100001110001,\ 100001111011,\ 100010001101,\ 100010010101,\ 100010011111,$
	$100010101001,\ 100010110001,\ 100011001111,\ 100011010001,\ 100011100001,\ 100011100111$
	$100011101011,\ 100011110101,\ 100100001101,\ 100100010011,\ 100100100101,\ 100100101001$
	$100100111011,\ 100100111101,\ 100101000101,\ 1001010010$
	$100101110011,\ 100101110101,\ 100101111111,\ 100110000011,\ 100110001111,\ 100110101011,$
	$100110101101,\ 100110111001,\ 100111000111,\ 100111011001,\ 100111100101,\ 10011110111,$
	$101000000001,\ 101000000111,\ 101000010011,\ 101000010101,\ 101000101001,\ 101001001001,$
	$101001100001,\ 101001101101,\ 101001111001,\ 101001111111,\ 101010000101,\ 101010010001,$
	$101010011101,\ 101010100111,\ 101010101011,\ 10101010011,\ 10101010101,\ 1010110101$
	$101011011111,\ 101011101001,\ 101011101111,\ 101011110001,\ 101011111011,\ 101100000011,$
	$101100001001,\ 101100010001,\ 101100110011,\ 101100111111,\ 101101000001,\ 101101001011,$
	$101101011001,\ 101101011111,\ 101101100101,\ 101101101111,\ 101101111101,\ 101110000111,$
	$101110001011,\ 101110010011,\ 101110010101,\ 101110101111,\ 101110110111,\ 101110111101$
	$101111001001,\ 101111011011,\ 10111101101,\ 101111100111,\ 101111101101,\ 110000001011,$
	$110000001101,\ 110000011001,\ 110000011111,\ 110001010111,\ 1100011000$
	$110001110011,\ 110010000101,\ 11001001001,\ 110010010111,\ 110010011011,\ 110010011101,$
	$110010110011,\ 110010111111,\ 110011000111,\ 110011001101,\ 110011010011,\ 110011100011,$
	$110011101001,\ 110011110111,\ 110100001111,\ 110100011101,\ 110100100111,\ 110100101101,$
	$110101000111,\ 110100101101,\ 110101000001,\ 110101000111,\ 110101010101,\ 110101010101,$
	$110101100011,\ 110101101111,\ 110101110001,\ 110110010011,\ 110110011111,\ 110110101001,$
	$110110111011,\ 110110111101,\ 110111001001,\ 110111010111,\ 110111011011,\ 110111100001,$
	$110111100111,\ 110111110101,\ 111000000101,\ 111000011101,\ 111000100001,\ 111000100111,$
	$111000101011,\ 111000110011,\ 111000111001,\ 111001000111,\ 111001001011,\ 111001010101,$
	$111001011111,\ 111001110001,\ 111001111011,\ 111001111101,\ 111010000001,\ 111010010011,$
	$111010011111,\ 111010111011,\ 111011011101,\ 111011001111,\ 111011110011,\ 111011110011,\ 111011110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 111011110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 111011110011,\ 1110111110011,\ 111011110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110111110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011110011,\ 1110011100$
	$111100001011,\ 111100011001,\ 111100110001,\ 111100110111,\ 111101011101,\ 11110101011,$
	$111101101101, \ 111101110101, \ 111110000011, \ 111110010001, \ 111110010111, \ 1111100110101, \ 111110011011, \ 111110010101, \ 1111100101001, \ 1111100101011, \ 11111001010101, \ 11111001010101, \ 11111001010101, \ 1111001000001, \ 11111001000001, \ 1111100010001, \ 11111000100001, \ 1111100010000000000$
	$111110100111, \ 111110101101, \ 111110100101, \ 111111001101, \ 111111010011, \ 111111001011, \ 111111100101, \ 1111110010101, \ 1111110010101, \ 1111110010101, \ 1111110010101, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 1111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 111110010011, \ 11111000101, \ 11111000101, \ 111110001001, \ 111110001001, \ 111110001001, \ 111110000000, \ 1100000, \ 1100000, \ 1100000, \ 1100000, \ 1100000, \ 110000, \ 110000, \ 110000, \ 110000, \ 110000, \ 110000, \ 110000, \ 110000, \ 110000, \ 110000, \ 110000, \ 11000, \ 110000, \$
	11111101001

N	h(x)				
12	1000001010011,	1000001101001,	1000001111011,	1000001111101,	1000010011001,
	1000011010001,	1000011101011,	1000100000111,	1000100011111,	1000100100011,
	1000100111011,	1000101001111,	1000101010111,	1000101100001,	1000101101011,
	1000110000101,	1000110110011,	1000111011001,	1000111011111,	1001000001101,
	1001000110111,	1001000111101,	1001001100111,	1001001110011,	1001001111111,
	1001010111001,	1001011000001,	1001011001011,	1001100001111,	1001100011101,
	1001100100001,	1001100111001,	1001100111111,	1001101001101,	1001101110001,
	1001110011001,	1001110100011,	1001110101001,	1010000000111,	1010000110001,
	1010000110111,	1010001001111,	1010001011101,	1010001100111,	1010001110101,
	1010010100111,	1010010101101,	1010011010011,	1010100001111,	1010100011101,
	1010101001101,	1010110010011,	1010111000101,	1010111010111,	1010111011101,
	1010111101011,	1011000001001,	1011001000111,	1011001010101,	1011001011001,
	1011010100101,	1011010111101,	1011100010101,	1011100011001,	1011101000011,
	1011101000101,	1011101110101,	1011110001001,	1011110101101,	1011110110011,
	1011110111111,	1011111000001,	11000010101111,	1100001011101,	1100010010001,
	1100010010111,	1100010111001,	1100011101111,	1100100011011,	1100100110101,
	1100101000001,	1100101100101,	1100101111011,	1100110001011,	1100110110001,
	1100110111101,	1100111001001,	1100111001111,	1100111100111,	1101000011011,
	11010001010111,	1101000110011,	1101001101001,	1101010001011,	1101011010001,
	1101011100001,	1101011110101,	1101100001011,	1101100011111,	11011010101111,
	1101110010001,	1101110100111,	1101110111111,	1101111000001,	1101111010011,
	111000000101,	1110000010001,	1110000010111,	1110000100111,	1110001001101,
	1110010000111,	1110010011111,	1110010100101,	1110010111011,	1110011000101,
	1110011001001,	1110011001111,	1110011110011,	1110100000111,	1110100100011,
	1110101000011,	1110101010001,	1110101011011,	1110101110101,	1110110000101,
	1110110001001,	1111000010101,	1111000011001,	11110001011111,	1111001000101,
	1111001010001,	1111001100111,	1111001110011,	1111010001111,	1111011100011,
	1111100010001,	1111100011011,	11111001001111,	1111101110001,	1111110011001,
	1111110111011, 1	111110111101, 1111	1111001001		

Continuación de la Tabla A.1

Tabla A.1: Polinomios primitivos para la generación de secuencias-m.

Apéndice B

Generación de conjuntos de secuencias complementarias

B.1. Definición

Un conjunto S_i de M secuencias de longitud L, $\{S_i = s_{i,j}[l]; 0 \le i, l \le L - 1; 0 \le j \le M - 1\}$, constituye un conjunto de secuencias complementarias cuando la suma de las funciones de auto-correlación (SACF) de las secuencias del conjunto es nula para todos los desplazamientos distintos de cero¹. Además, si las secuencias están formadas por los elementos $\{-1, 1\}$, la SACF tiene un valor máximo de valor $M \cdot L$ para el caso de desplazamiento nulo, según se muestra a continuación:

$$SACF = \sum_{j=0}^{M-1} C_{s_{i,j},s_{i,j}}[\tau] = \begin{cases} M \cdot L & \tau = 0\\ 0 & \tau \neq 0 \end{cases}$$
(B.1)

Es posible generar conjuntos con secuencias de distintas longitudes, siempre y cuando haya un número par de secuencias que compartan la misma longitud. Sin embargo, los métodos de generación barajados en esta tesis proporcionan secuencias de longitudes idénticas.

Por otro lado, Tseng y Liu denominan *conjuntos compañeros* a dos conjuntos de secuencias complementarias formados por el mismo número de secuencias con la misma longitud, y tales que la suma de las correlaciones cruzadas (SCCF) entre las correspondientes secuencias de cada conjunto es siempre nula.

¹Cuando sea necesario especificar el número M de secuencias del conjunto y su longitud L se usará la notación $S_i^{(M,L)}$.

$$SCCF = \sum_{j=0}^{M-1} C_{s_{i,j}, s_{i',j}}[\tau] = 0, \quad \forall \tau$$
 (B.2)

Una familia de conjuntos de secuencias complementarias (CSS) en donde todos los conjuntos son compañeros se dice que es una familia de conjuntos mutuamente incorrelados entre sí (UCSS). El número de UCSS máximo para cualquier conjunto es M.

Las figuras B.1 y B.2 muestran respectivamente las propiedades de auto-correlación y correlación cruzada de dos conjuntos incorrelados con M = 4 secuencias de longitud L = 16.



Figura B.1: Auto-correlación de las cuatro secuencias complementarias del conjunto S_0 y suma de las auto-correlaciones.

B.2. Generación de conjuntos de secuencias complementarias según [TL72]

Los conjuntos de secuencias complementarias se generan aplicando una serie de métodos recursivos sobre conjuntos ya conocidos. Se resumen a continuación algunos de los métodos propuestos por Tseng y Liu en el artículo [TL72], donde puede encontrarse su demostración.

Sea $\{S_i = s_{i,j}[l]; 0 \le j \le M - 1; 0 \le l \le L - 1\}$ un conjunto *i* de *M* secuencias complementarias, $\overline{s_{i,j}} = (s_{i,j}[L-1], s_{i,j}[L-2], \dots, s_{i,j}[0])$ denota invertir el orden de los bits de la secuencia $s_{i,j}$ y $\overline{S_i}$ invertir el orden de los bits de las *M* secuencias del conjunto S_i . Del mismo modo, $-s_{i,j} = (-s_{i,j}[0], -s_{i,j}[1], \dots, -s_{i,j}[L-1])$ denota negar (multiplicar por -1) la secuencia $s_{i,j}$ y $-S_i$ negar todas las secuencias del conjunto S_i . En consecuencia, $-\overline{s_{i,j}} = (-s_{i,j}[L-1], -s_{i,j}[L-2], \dots, -s_{i,j}[0])$ implica invertir la versión negada de $s_{i,j}$. Sea *h* una variable cuyos valores pueden ser +1 y -1, $s_{i,j}^h$ es igual a $s_{i,j}$ cuando h = 1 y a



Figura B.2: Correlación cruzada entre las secuencias complementarias de los conjuntos S_0 y S_1 , y suma de las correlaciones cruzadas.

 $-s_{i,j}$ cuando h = -1. Además, $(s_{i,1} | s_{i,2})$ denota concatenar los bits de las secuencias $s_{i,1}$ y $s_{i,2}$, y $(s_{i,1} \otimes s_{i,2})$ entrelazar los bits de ambas secuencias. Entonces:

- A partir de un conjunto S_i de secuencias complementarias se puede obtener otro $S_{i'}$ invirtiendo el orden de los bits de alguna o todas las secuencias del conjunto; negando alguna o todas las secuencias del conjunto; y negando bits alternos de todas las secuencias del conjunto.
- Si S_i es un CSS y $S_{i'}$ es un conjunto compañero se puede obtener otro CSS entrelazando los bits de las secuencias de ambos conjuntos, esto es, $(s_{i,j} \otimes s_{i',j}; 0 \le j \le M - 1)$.
- Sea $\{S_i = s_{i,j}, 0 \le j \le M 1\}$ un conjunto *i* de *M* secuencias complementarias y $\mathbf{H} = h_{q,j}$ una matriz binaria de dimensiones $Q \times M$ ortogonal por columnas (el producto de dos columnas cualesquiera es nulo). Sea $s_{i,j}^{h_{q,j}}$ la secuencia $s_{i,j}$ sin negar cuando $h_{q,j} = 1$ o la secuencia negada si $h_{q,j} = -1$, se obtiene un nuevo conjunto de *Q* secuencias complementarias como:

$$S_{i'} = \begin{pmatrix} s_{i,0}^{h_{0,0}} & | & s_{i,1}^{h_{0,1}} & | & \cdots & | & s_{i,M-1}^{h_{0,M-1}} \\ s_{i,0}^{h_{1,0}} & | & s_{i,1}^{h_{1,1}} & | & \cdots & | & s_{i,M-1}^{h_{1,M-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{i,0}^{h_{Q-1,0}} & | & s_{i,1}^{h_{Q-1,1}} & | & \cdots & | & s_{i,M-1}^{h_{Q-1,M-1}} \end{pmatrix} \equiv \bigcup_{j=0}^{M-1} s_{i,j}^{h_{q,j}}; 0 \le q \le Q-1$$
(B.3)

Del mismo modo, entrelazando los bits de las secuencias de los M conjuntos se obtiene

otro conjunto de Q secuencias complementarias como:

$$S_{i''} = \begin{pmatrix} s_{i,0}^{h_{0,0}} \otimes s_{i,1}^{h_{0,1}} \otimes \cdots \otimes s_{i,M-1}^{h_{0,M-1}} \\ s_{i,0}^{h_{1,0}} \otimes s_{i,1}^{h_{1,1}} \otimes \cdots \otimes s_{i,M-1}^{h_{1,M-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{i,0}^{h_{Q-1,0}} \otimes s_{i,1}^{h_{Q-1,1}} \otimes \cdots \otimes s_{i,M-1}^{h_{Q-1,M-1}} \end{pmatrix} \equiv \bigotimes_{j=0}^{M-1} s_{i,j}^{h_{q,j}}; 0 \le q \le Q-1$$
(B.4)

• Si se consideran M conjuntos complementarios de secuencias, $\{S_i; 0 \le i \le M-1\}$ y la matriz binaria ortogonal **H** descrita en el punto anterior, es posible formar un nuevo conjunto de secuencias complementarias como:

$$\begin{pmatrix} \overset{M-1}{|} s_{0,j}^{h_{q,j}} \\ \overset{j=0}{|} s_{1,j}^{h_{q,j}} \\ \vdots \\ \overset{M-1}{|} s_{M-1,j}^{h_{q,j}} \end{pmatrix}; 0 \le q \le Q - 1$$
(B.5)

En caso de entrelazar los bits de las secuencias complementarias el nuevo conjunto se obtendría según:

$$\begin{pmatrix} \stackrel{M-1}{\otimes} s_{0,j}^{h_{q,j}} \\ \stackrel{j=0}{\otimes} s_{1,j}^{M-1} \\ \stackrel{M-1}{\otimes} s_{1,j}^{h_{q,j}} \\ \vdots \\ \stackrel{M-1}{\otimes} s_{M-1,j}^{M-1} \end{pmatrix}; \quad ; 0 \le q \le Q-1$$
(B.6)

B.3. Generación de conjuntos incorrelados de secuencias complementarias

Para reducir las interferencias entre emisiones simultáneas se deben utilizar secuencias con bajas correlaciones cruzadas. Como ya se ha adelantado, es posible disponer de M conjuntos de secuencias complementarias mutuamente incorrelados, esto es, con correlaciones cruzadas nulas. Estos conjuntos incorrelados se pueden generar recursivamente a partir de otros conjuntos incorrelados ya conocidos. Los métodos que se muestran a continuación son debidos nuevamente a Tseng y Liu [TL72].

• Sea $\{S_i = s_{i,j}; 0 \le j \le M - 1\}$ un conjunto de M secuencias complementarias, tales que $s_{i,0}$ y $s_{i,1}, s_{i,2}$ y $s_{i,3}, \dots, s_{i,M-2}$ y $s_{i,M-1}$ son parejas de igual longitud. Entonces el conjunto $\{\overline{s_{i,1}}, -\overline{s_{i,0}}, \overline{s_{i,3}}, -\overline{s_{i,2}}, \dots, \overline{s_{i,M-2}}, -\overline{s_{i,M-1}}\}$ es uno de sus compañeros.
• Sean S_i ; $0 \le i \le M - 1$ una familia de códigos mutuamente incorrelados de M secuencias de longitud L cada uno, y sea Δ una matriz definida como:

$$\Delta = \begin{pmatrix} s_{0,0} & s_{1,0} & \cdots & s_{M-1,0} \\ s_{0,1} & s_{1,1} & \cdots & s_{M-1,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{0,M-1} & s_{1,M-1} & \cdots & s_{M-1,M-1} \end{pmatrix}$$
(B.7)

▷ Si $\Delta_1 \mid \Delta_2$ representa la matriz cuyo elemento ij-ésimo se obtiene concatenando las secuencias ij-ésimas de las matrices Δ_1 y Δ_2 , se obtiene una nueva familia de conjuntos mutuamente incorrelados entre sí como:

$$\Delta^{(n)} = \begin{pmatrix} \Delta^{(n-1)} | \Delta^{(n-1)} & -\Delta^{(n-1)} | \Delta^{(n-1)} \\ -\Delta^{(n-1)} | \Delta^{(n-1)} & \Delta^{(n-1)} | \Delta^{(n-1)} \end{pmatrix}$$
(B.8)

Las columnas de la matriz definida en (B.8) se corresponden con conjuntos mutuamente incorrelados.

▷ Si $\Delta_1 \otimes \Delta_2$ representa la matriz cuyo elemento ij-ésimo se obtiene realizando el entrelazado entre las secuencias ij-ésimas de las matrices Δ_1 y Δ_2 , si se aplica (B.9) se obtienen una nueva familia $\Delta^{(n)}$ cuyas columnas son conjuntos incorrelados.

$$\Delta^{(n)} = \begin{pmatrix} \Delta^{(n-1)} \otimes \Delta^{(n-1)} & -\Delta^{(n-1)} \otimes \Delta^{(n-1)} \\ -\Delta^{(n-1)} \otimes \Delta^{(n-1)} & \Delta^{(n-1)} \otimes \Delta^{(n-1)} \end{pmatrix}$$
(B.9)

Un ejemplo servirá para poner de manifiesto el proceso a seguir con los métodos descritos anteriormente. Sea S_0 formado por las secuencias $s_{0,0} = [1 \ 1]$ y $s_{0,1} = [1 \ -1]$, una de sus parejas compañeras es, según el método explicado en primer lugar, $\overline{s_{0,1}} = [-1 \ 1]$ y $-\overline{s_{0,0}} = [-1 \ -1]$. Con ambas parejas compañeras es posible construir la matriz $\Delta^{(0)}$ como:

$$\Delta^{(0)} = \begin{pmatrix} s_{0,0} & \overline{s_{0,1}} \\ s_{0,1} & -\overline{s_{0,1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$
(B.10)

A partir de esta matriz es posible generar cuatro conjuntos mutuamente incorrelados entre sí mediante concatenación:

o mediante entrelazado:

• Sea (B.13) una matriz Δ formada por $K \leq M$ conjuntos mutuamente incorrelados entre sí.

$$\Delta = \begin{pmatrix} s_{0,0} & s_{1,0} & \cdots & s_{K-1,0} \\ s_{0,1} & s_{1,1} & \cdots & s_{K-1,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{0,M-1} & s_{1,M-1} & \cdots & s_{K-1,M-1} \end{pmatrix}$$
(B.13)

Si $\Delta \pi_r$ denota una nueva matriz obtenida permutando las columnas incorreladas de Δ , y $\mathbf{H} = h_{q,j}$ es una matriz binaria de dimensiones $Q \times S$ ortogonal, entonces:

$$\Delta' = \begin{pmatrix} h_{0,0}(\Delta \pi_0) & h_{0,1}(\Delta \pi_0) & \cdots & h_{0,S-1}(\Delta \pi_0) \\ h_{1,0}(\Delta \pi_1) & h_{1,1}(\Delta \pi_1) & \cdots & h_{1,S-1}(\Delta \pi_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{Q-1,0}(\Delta \pi_{Q-1}) & h_{Q-1,1}(\Delta \pi_{Q-1}) & \cdots & h_{Q-1,S-1}(\Delta \pi_{Q-1}) \end{pmatrix}$$
(B.14)

En donde $h_{q,j}(\Delta \pi_r)$ es una matriz cuyos términos se obtienen multiplicando todas las secuencias de $\Delta \pi_r$ por $h_{q,j}$. La matriz Δ' resultante está formada por $K \cdot S$ columnas, y cada una de ellas contiene $M \cdot Q$ secuencias.

De nuevo un ejemplo servirá para clarificar este último método.

Aplicando (B.14) se obtiene:

B.4. Generación recursiva de conjuntos con M secuencias complementarias según $[DMUH^+07b]$

En [Bud90a] Budisin propone una modificación del algoritmo recursivo descrito por Golay en [Gol61] que permite generar parejas Golay de cualquier longitud 2^N partiendo de secuencias elementales delta $\delta[\tau]$. De este algoritmo se deriva un correlador eficiente que reduce el número de operaciones a $2 \cdot log_2 L$, frente a las L operaciones requeridas por un correlador directo. Las secuencias Golay generadas de esta manera pueden considerarse como conjuntos de dos secuencias complementarias (M = 2). En [ÁUM⁺04] se extiende este algoritmo a conjuntos de cuatro secuencias complementarias (M = 4). Finalmente, en [DMUH⁺07b] se propone un algoritmo más general que permite obtener conjuntos de cualquier número $M = 2^m$ de secuencias complementarias de longitud $L = M^N$, con $m, N \in \mathbb{N} - \{0\}$. En este mismo trabajo se presenta el correlador eficiente asociado a los conjuntos de secuencias complementarias Dada su mayor versatilidad es este último algoritmo de generación el que se ha usado en la tesis.

En aras de facilitar la comprensión del algoritmo genérico descrito en $[DMUH^+07b]$ se incluye una breve descripción del algoritmo recursivo para la generación de pares de secuencias propuesto por Budisin. Un par complementario de secuencias $(s_{i,0}, s_{i,1})$ de longitud 2^N puede obtenerse según la siguiente expresión:

$$s_{i,0_{(0)}}[\tau] = s_{i,1_{(0)}}[\tau] = \delta[\tau]$$

$$s_{i,0_{(n)}}[\tau] = s_{i,0_{(n-1)}}[\tau] + w_{1,n} \cdot s_{i,1_{(n-1)}}[\tau - D_n]$$

$$s_{i,1_{(n)}}[\tau] = s_{i,0_{(n-1)}}[\tau] - w_{1,n} \cdot s_{i,1_{(n-1)}}[\tau - D_n]$$

(B.17)

Donde *n* denota el número de iteraciones del algoritmo recursivo, con $n \in \{1, 2, \dots, N\}$; y D_n es un retardo arbitrario positivo tal que $D_n = 2^{Pn}$, siendo Pn cualquier permutación de los números $\{0, 1, 2, \dots, N-1\}$.

Los coeficientes $w_{1,n}$ deben tomar valores +1 ó -1 si se desea generar secuencias binarias, y el conjunto de éstos se denota en una matriz $\mathbf{W}_N^{(1)} = (w_{1,1}, w_{1,2}, \cdots, w_{1,n}, \cdots, w_{1,N})$ que constituye la semilla de generación de los pares complementarios de secuencias. Cada una de estas semillas $\mathbf{W}_N^{(1)}$ se puede representar en base decimal $(Wd_N^{(1)})$, considerando el valor -1 como 0, y siendo $w_{1,1}$ el bit más significativo. Se tiene por tanto un total de $L = 2^N$ semillas, cuyo valor decimal se ha representado en la notación utilizada con el subíndice *i*. Como ejemplo, el conjunto $S_0 = (s_{0,0}, s_{0,1})$ corresponde a un conjunto de secuencias complementarias generadas con semilla cero². Fijando los valores de los coeficientes $(w_{1,2}, w_{1,3}, \dots, w_{1,N})$ y modificando $w_{1,1}$ se pueden generar dos CSS incorrelados, uno se obtiene cuando $w_{1,1} = -1$ y el otro cuando $w_{1,1} = 1$. Esto es, para un par generado con una semilla $Wd_N^{(1)}$ dada, su compañero se obtiene usando la semilla $Wd_N^{(1)} = (Wd_N^{(1)} + L/2) \mod L$.

El algoritmo descrito anteriormente puede representarse en formato matricial, para ello se define una nueva matriz $\Lambda_{(n)}^{(1)}$ que considera los coeficientes del algoritmo recursivo en (B.17):

$$\Lambda_{(n)}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & w_{1,n} \\ 1 & -w_{1,n} \end{pmatrix}$$
(B.18)

Además, se definen dos matrices $\mathbf{S}_{i_{(n-1)}}^{(2)}$ y $\mathbf{S}_{i_{(n)}}^{(2)}$ que contienen las dos secuencias del conjunto S_i tras n-1 y n iteraciones respectivamente, y una matriz de retardos \mathbf{D}_2 .

$$\mathbf{S}_{i_{(n-1)}}^{(2)} = \begin{pmatrix} s_{i,0_{(n-1)}} \\ s_{i,1_{(n-1)}} \end{pmatrix}; \qquad \mathbf{S}_{i_{(n)}}^{(2)} = \begin{pmatrix} s_{i,0_{(n)}} \\ s_{i,1_{(n)}} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{2} = \begin{pmatrix} \delta[\tau] & 0 \\ 0 & \delta[\tau - D_{n}] \end{pmatrix}$$
(B.19)

Finalmente, las ecuaciones de generación mostradas en (B.17) pueden ser obtenidas como:

$$\mathbf{S}_{i_{(0)}}^{(2)} = \delta[\tau] \cdot (1 \ 1)
\mathbf{S}_{i_{(n)}}^{(2)} = \Lambda_{(n)}^{(1)} \cdot \mathbf{D}_{2} \cdot \mathbf{S}_{i_{(n-1)}}^{(2)}$$
(B.20)

Un esquema parecido sigue el algoritmo propuesto en $[DMUH^+07b]$ para el caso general de $M = 2^m$ y $L = M^N$, siendo m y N cualquier número natural distinto del cero. Se muestran a continuación los pasos a seguir para la generación de los M-CSS a partir de M/2-CSS.

Paso 1: Se construye la matriz $\Lambda_{(n)}^{(m)}$ para el nuevo conjunto de M secuencias complementarias partiendo de la matriz $\Lambda_{(n)}^{(1)}$ definida en (B.18).

$$\Lambda_{(n)}^{(m)} = \begin{pmatrix} \Lambda_{(n)}^{(m-1)} \otimes \left(w_{m,n} \cdot \left(-\Lambda_{(n)}^{(m-1)} \right) \right) \\ \Lambda_{(n)}^{(m-1)} \otimes \left(w_{m,n} \cdot \Lambda_{(n)}^{(m-1)} \right) \end{pmatrix}$$
(B.21)

La matriz $\Lambda_{(n)}^{(m)}$ tiene dimensiones $M \times M$ y contiene el orden y signo con el que aparecen los coeficientes que acompañan a cada elemento de las ecuaciones recursivas.

²Cuando se trabaja con conjuntos complementarios es habitual referirse sólo a familias de conjuntos incorrelados entre sí. En estos casos, y para simplificar, el subíndice i indica el i-ésimo conjunto incorrelado.

Dichos coeficientes se agrupan en la matriz $\mathbf{W}_{(n)}^{(m)}$ y definen la semilla de generación del conjunto tras n = N iteraciones.

$$\mathbf{W}_{N}^{(m)} = \begin{pmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \cdots & w_{1,N} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \cdots & w_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m,1} & w_{m,2} & \cdots & w_{m,N} \end{pmatrix}$$
(B.22)

La matriz $\mathbf{W}_{(N)}^{(m)}$ puede reordenarse en un vector como: $(w_{1,1}, w_{2,1}, \cdots, w_{m,1}, w_{1,2}, w_{2,2}, \cdots, w_{m,2}, \cdots, w_{1,N}, \cdots, w_{m,N})$, cuya representación decimal $Wd_{(N)}^{(m)}$ indica la semilla de generación del conjunto. En la notación utilizada el conjunto S_i hace referencia a un conjunto obtenido con semilla $i = Wd_{(N)}^{(m)}$.

Paso 2: Las ecuaciones recursivas de generación de los M-CSS se obtienen aplicando:

$$\mathbf{S}_{i_{(0)}}^{(M)} = \delta[\tau] \cdot (1 \ 1 \ 1 \ \cdots \ 1)_{1 \times M}
\mathbf{S}_{i_{(n)}}^{(M)} = \Lambda_{(n)}^{(m)} \cdot \mathbf{D}_{M} \cdot \mathbf{S}_{i_{(n-1)}}^{(M)}$$
(B.23)

Donde:

$$\mathbf{S}_{i(n-1)}^{(M)} = \begin{pmatrix} s_{i,0(n-1)} \\ s_{i,1(n-1)} \\ \vdots \\ s_{i,M-1(n-1)} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{S}_{i(n)}^{(M)} = \begin{pmatrix} s_{i,0(n)} \\ s_{i,1(n)} \\ \vdots \\ s_{i,M-1(n)} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{M} = \begin{pmatrix} \delta[\tau] & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \delta[\tau - D_{n}] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \delta[\tau - 2 \cdot D_{n}] & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \delta[\tau - (M-1) \cdot D_{n}] \end{pmatrix}_{M \times M}$$
(B.24)

Siendo D_n cualquier permutación del conjunto $\{M^0, M^1, \cdots, M^{N-1}\}$.

Realizando todas las posibles combinaciones de la primera columna de la matriz de coeficientes $\mathbf{W}_{(n)}^{(m)}$ y fijando el resto a cero se obtienen M conjuntos incorrelados de secuencias complementarias.

`

Para facilitar la comprensión de este método se muestra un ejemplo con M = 4:

$$\Lambda_{(n)}^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & -w_{2,n} & w_{1,n} & -w_{2,n} \cdot w_{1,n} \\ 1 & -w_{2,n} & -w_{1,n} & w_{2,n} \cdot w_{1,n} \\ 1 & w_{2,n} & w_{1,n} & w_{2,n} \cdot w_{1,n} \\ 1 & w_{2,n} & -w_{1,n} & -w_{2,n} \cdot w_{1,n} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{i_{(n-1)}}^{(4)} = \begin{pmatrix} s_{i,0_{(n-1)}} \\ s_{i,1_{(n-1)}} \\ s_{i,2_{(n-1)}} \\ s_{i,3_{(n-1)}} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{S}_{i_{(n)}}^{(4)} = \begin{pmatrix} s_{i,0_{(n)}} \\ s_{i,1_{(n)}} \\ s_{i,2_{(n)}} \\ s_{i,3_{(n)}} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{4} = \begin{pmatrix} \delta[\tau] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta[\tau - D_{n}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta[\tau - 2 \cdot D_{n}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta[\tau - 3 \cdot D_{n}] \end{pmatrix}$$
(B.25)

$$\mathbf{S}_{i_{(0)}}^{(4)} = \delta[\tau] \cdot (1 \ 1 \ 1 \ 1) \\
\mathbf{S}_{i_{(n)}}^{(4)} = \Lambda_{(n)}^{(2)} \cdot \mathbf{D}_{4} \cdot \mathbf{S}_{i_{(n-1)}}^{(4)}$$
(B.26)

Aunando las ecuaciones (B.25) y (B.26) se obtienen las ecuaciones recursivas que permiten la generación de 4-CSS de longitud $L = 4^N$:

 $s_{i,0_{(0)}}[\tau] = s_{i,1_{(0)}}[\tau] = s_{i,2_{(0)}}[\tau] = s_{i,3_{(0)}}[\tau] = \delta[\tau]$ $s_{i,0_{(n)}}[\tau] = s_{i,0_{(n-1)}}[\tau] - w_{2,n} \cdot s_{i,1_{(n-1)}}[\tau - D_n] + w_{1,n} \cdot s_{i,2_{(n-1)}}[\tau - 2 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{$ $s_{i,1_{(n)}}[\tau] = s_{i,0_{(n-1)}}[\tau] - w_{2,n} \cdot s_{i,1_{(n-1)}}[\tau - D_n] - w_{1,n} \cdot s_{i,2_{(n-1)}}[\tau - 2 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{2,n} \cdot$ $s_{i,2_{(n)}}[\tau] = s_{i,0_{(n-1)}}[\tau] + w_{2,n} \cdot s_{i,1_{(n-1)}}[\tau - D_n] + w_{1,n} \cdot s_{i,2_{(n-1)}}[\tau - 2 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] + w_{2,n} \cdot w_{2,n} \cdot$ $s_{i,3_{(n)}}[\tau] = s_{i,0_{(n-1)}}[\tau] + w_{2,n} \cdot s_{i,1_{(n-1)}}[\tau - D_n] - w_{1,n} \cdot s_{i,2_{(n-1)}}[\tau - 2 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{1,n} \cdot s_{i,3_{(n-1)}}[\tau - 3 \cdot D_n] - w_{2,n} \cdot w_{$ (B.27)

Siguiendo con el ejemplo, tras dos iteraciones del algoritmo se obtienen cuatro secuencias de tamaño $4^2 = 16$. Se escoge para los retardos la permutación $D_n = [4^1, 4^0]$ y se supone por simplicidad que los coeficientes $w_{i,n}$ tienen todos el valor uno, con lo que la semilla de generación es $Wd_2^{(2)} = 15$. En este caso, las secuencias obtenidas son:

Secuencias de partida: $s_{15,0(0)}[\tau] = s_{15,1(0)}[\tau] = s_{15,2(0)}[\tau] = s_{15,3(0)}[\tau] = \delta[\tau]$

Primera iteración:

$$\begin{split} s_{15,0_{(1)}}[\tau] &= s_{15,0_{(0)}}[\tau] - s_{15,1_{(0)}}[\tau - 4] + s_{15,2_{(0)}}[\tau - 8] - s_{15,3_{(0)}}[\tau - 12] \\ s_{15,1_{(1)}}[\tau] &= s_{15,0_{(0)}}[\tau] - s_{15,1_{(0)}}[\tau - 4] - s_{15,2_{(0)}}[\tau - 8] + s_{15,3_{(0)}}[\tau - 12] \\ s_{15,2_{(1)}}[\tau] &= s_{15,0_{(0)}}[\tau] + s_{15,1_{(0)}}[\tau - 4] + s_{15,2_{(0)}}[\tau - 8] + s_{15,3_{(0)}}[\tau - 12] \\ s_{15,3_{(1)}}[\tau] &= s_{15,0_{(0)}}[\tau] + s_{15,1_{(0)}}[\tau - 4] - s_{15,2_{(0)}}[\tau - 8] - s_{15,3_{(0)}}[\tau - 12] \end{split}$$

Segunda iteración:

$$\begin{split} s_{15,0_{(2)}}[\tau] &= s_{15,0_{(1)}}[\tau] - s_{15,1_{(1)}}[\tau - 4] + s_{15,2_{(1)}}[\tau - 8] - s_{15,3_{(1)}}[\tau - 12] \\ s_{15,1_{(2)}}[\tau] &= s_{15,0_{(1)}}[\tau] - s_{15,1_{(1)}}[\tau - 4] - s_{15,2_{(1)}}[\tau - 8] + s_{15,3_{(1)}}[\tau - 12] \\ s_{15,2_{(2)}}[\tau] &= s_{15,0_{(1)}}[\tau] + s_{15,1_{(1)}}[\tau - 4] + s_{15,2_{(1)}}[\tau - 8] + s_{15,3_{(1)}}[\tau - 12] \\ s_{15,3_{(2)}}[\tau] &= s_{15,0_{(1)}}[\tau] + s_{15,1_{(1)}}[\tau - 4] - s_{15,2_{(1)}}[\tau - 8] - s_{15,3_{(1)}}[\tau - 12] \end{split}$$

$s_{15,0_{(2)}}[\tau] = [1]$	-1 1	-1 -1	1	1 –1	1	1	1	1 –1	-1	1	1]
$s_{15,1_{(2)}}[\tau] = [1]$	-1 -1	1 - 1	1 -	-1 1	1	1 -	-1 -	-1 -1	-1 -	-1 -	-1]
$s_{15,2_{(2)}}[\tau] = [1]$	1 1	1 -1	-1	1 1	1	-1	1 -	-1 -1	1	1 -	-1]
$s_{15,3_{(2)}}[\tau] = [1]$	1 - 1	-1 -1	-1 -	-1 -1	1	-1 -	-1	1 –1	1 -	-1	1]

Puede observarse como el algoritmo no genera un nuevo conjunto de secuencias hasta la última iteración.

Bibliografía

- [Á05] F. J. Álvarez. Codificación de emisiones ultrasónicas con secuencias complementarias para uso en exteriores. Tesis doctoral, Departamento de Electrónica, Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares (España), 2005.
- [ÁHU⁺06] F. J. Álvarez, A. Hernández, J. Ureña, J. J. García, A. Jiménez, M. C. Pérez y P. S. Teresa. Detection module in a complementary set of sequences-based pulse compression system. En Proc. of IEEE International Conference on Field Programmable Logic and Applications (FPL'06), páginas 1–6, Madrid (España), agosto 2006.
- [APKC92] K. Audenaert, H. Peremans, Y. Kawahara y Van J. Campenhout. Accurate ranging of multiple objects using ultrasonic sensors. En Proc. of International Conference on Robotics and Automation, páginas 1733–1738, Niza (Francia), mayo 1992.
- [ÁUG⁺04] F. J. Álvarez, J. Ureña, J. J. García, M. Mazo, C. Marziani, A. Hernández y J. M. Villadangos. A comparative analysis of two modulation schemes for the efficient transmission of complementary sequences in a pulse compression ultrasonic system. En Proc. of International Conference on Telecommunications and Computer Networks (IADAT-tcn'04), documento AF400, San Sebastian (España), diciembre 2004.
- [ÁUM⁺04] F. J. Álvarez, J. Ureña, M. Mazo, A. Hernández, J. J. García y J. A. Jiménez.
 Efficient generator and pulse compressor for complementary sets of four sequences. *IEEE Electronics Letters*, 40(11):703–704, mayo 2004.
- [ÁUM⁺06] F. J. Álvarez, J. Ureña, M. Mazo, A. Hernández, J. J. García y
 C. De Marziani. High reliability outdoor sonar prototype based on efficient signal coding. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 53:1862–1872, octubre 2006.
- [Bar53] R. H. Barker. Group synchronizing of binary digital sequences. En Communication Theory (Proc. of the Symposium on the application of Communication Theory, Butterworth, London, septiembre 1952), páginas 273–287, W. Jackon, ed., Academic Press, New York, 1953.

[BDG61]	J. D. Balcomb, H. B. Demuth y E. P. Gyftopoulos. A crosscorrelation method for measuring the impulse response of linear systems using and analog correlator. <i>Nuclear Science and Engineering</i> , 11(2):159–161, 1961.
[BFN76]	N. M. Bilgutay, E. S. Furgason y V. L. Newhouse. Evaluation of a random signal correlation system for ultrasonic flaw detection. <i>IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics</i> , SU-23(5):329–333, septiembre 1976.
[Bio08]	Avisoft Bioacoustics. Ultrasound Gate 116Hm and Avisoft SAS-Lab Pro Recorder, product specification, diciembre 2008.
[BK91a]	J. Borenstein y Y. Koren. The vector field histogram - fast obstacle avoidance for mobile robots. <i>IEEE Transactions on Robotics and Automation</i> , 7(3):278–288, junio 1991.
[BK91b]	O. Bozma y R. Kuc. Characterizing pulses reflected from rough surfaces using ultrasound. <i>The Journal of the Acoustic Society of America</i> , 89(6):2519–2531, junio 1991.
[Bud89]	S. Z. Budisin. Fast PN sequence correlation by FWT. En Proc. of IEEE Integration Research, Industry and Education in Energy and Communication Engineering (MELECON'89), páginas 513–515, Lisboa (Portugal), abril 1989.
[Bud90a]	S. Z. Budisin. New complementary pairs of sequences. <i>IEEE Electronics Letters</i> , 26(13):881–883, junio 1990.
[Bud90b]	S. Z. Budisin. New multilevel complementary pairs of sequences. <i>IEEE Electronics Letters</i> , 26(22):1861–1862, octubre 1990.
[Bud91]	S. Z. Budisin. Efficient pulse compressor for Golay complementary sequences. <i>IEEE Electronics Letters</i> , 27(3):219–220, enero 1991.
[CCG08]	H. Chen, S. Chu y M. Guizani. On the next generation CDMA technologies: The REAL approach for perfect orthogonal code generation. <i>IEEE Transactions on Vehicular Technology</i> , 57(5):2822–2829, septiembre 2008.
[CCY ⁺ 05]	Z. Chao, H. Chenggao, L. Yiting, L. Xiaokang y H. Mitsutoshi. Iterative method for constructing complete complementary sequences with lengths of $2^m N^*$. <i>Tsinghua Science and Technology</i> , 10(5):605–609, octubre 2005.
[CF02]	H. Chen y W. W. Fan, C. amd Lu. China's perspectives on 3G mobile communications and beyond: TD-SCDMA technology. <i>IEEE Wireless Communications</i> , 9(2):48–59, abril 2002.

[CG96]	N. Chang y S. W. Golomb. 7200- phase generalized Barker sequences. <i>IEEE Transactions on Information Theory</i> , 42(4):1236–1238, julio 1996.
[Che07]	H. Chen. Next generation CDMA technologies. John Wiley & sons, Ltd, West Sussex PO19 8SQ, England, 2007.
[CL95]	C. K. Chan y W. H. Lam. Generalised Barker-like PN sequences for quasisynchronous spread-spectrum multiple-access communication systems. <i>IEEE Proceedings Communications</i> , 142(2):91–98, abril 1995.
[CLY ⁺ 06]	H. Chen, J. Li, Y. Yang, X. Du y H. Liu. Challenges and futuristic perspective of CDMA technologies: OCC-CDMA/OS for 4G wireless networks. En <i>IEEE International Conference on Communications ICC'06</i> , volumen 9, páginas 3984–3989, Estambul, (Turquía), junio 2006.
[Cor08]	Panasonic Corporation. Omnidirectional back electret condenser microphone cartridge, noviembre 2008. http://www.panasonic.com.
[CQ04]	C. T. Clarke y L. Qiang. Bat on an FPGA: a biomimetic implementation of a highly parallel signal processing system. En <i>Proc. of IEEE Conference on Signals, Systems and Computers</i> , páginas 456–460, Pacific Grove (Estados Unidos), noviembre 2004.
[Dev08]	Analog Devices. Ssm2166: Microphone preamplifier with variable compression noise gating, noviembre 2008. http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/SSM2166.pdf.
[DJ98]	E. H. Dinan y B. Jabbari. Spreading codes for direct sequence CDMA and wideband CDMA cellular networks. <i>IEEE Communications Magazine</i> , 36(9):48–54, septiembre 1998.
[DK88]	M. Darnell y A. H. Kemp. Synthesis of multilevel complementary sequences. <i>IEEE Electronics Letters</i> , 24(19):1251–1252, septiembre 1988.
[DM06]	C. De Marziani. Sistema de Localización Acústico empleando Conjuntos de Secuencias Complementarias. Tesis doctoral, Departamento de Electrónica, Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares (Madrid), 2006.
[DMUH ⁺ 05]	C. De Marziani, J. Ureña, A. Hernández, M. Mazo y F. J. Álvarez. Simultaneous measurement of times-of-flight and communications in acoustic sensor network. En <i>Proc. of IEEE International Symposium on</i> <i>Intelligent Signal Processing</i> , Universidad del Algarve, Faro (Portugal),

septiembre 2005.

- [DMUH⁺06] C. De Marziani, J. Ureña, A. Hernández, M. Mazo, J. J García, J. M. Villadangos, M. C. Pérez, A. Ochoa y F. J. Álvarez. Intersymbol interference reduction on macro-sequences generated from complementary sets of sequences. En Proc. of IEEE 32nd Annual Conference on Industrial Electronics (IECON'06), páginas 3367–3372, París (Francia), noviembre 2006.
- [DMUH⁺07a] C. De Marziani, J. Ureña, A. Hernández, M. Mazo, J. J García, A. Jiménez, J. M. Villadangos, M. C. Pérez, A. Ochoa, J. Baliñas, y F. J. Álvarez. Implementation of acoustic sensor network for relative positioning system. En Proc. of IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE'07), Vigo (España), junio 2007.
- [DMUH⁺07b] C. De Marziani, J. Ureña, M. Hernández, Mazo, F. J. Álvarez, J. J. García y P. Donato. Modular architecture for efficient generation and correlation of complementary set of sequences. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 55(5):2323–2337, mayo 2007.
- [DO99] H. Donelan y T. O'Farrell. A new method for generating sets of orthogonal sequences for a synchronous CDMA system. *IEEE Electronics Letters*, 35(8):1537–1538, septiembre 1999.
- [DUG⁺99] V. Díaz, J. Ureña, J. J. García, M. Mazo, E. Bueno y A. Hernández. Nueva familia de secuencias óptimas para la discriminación de ecos múltiples en sensores de ultrasonidos para robots móviles. En Actas del Seminario Anual de Automática, Electrónica Insdustrial e Instrumentación (SAAEI'99), páginas 559–562, Madrid (España), septiembre 1999.
- [DUG⁺00] V. Díaz, J. Ureña, J. J. García, A. Hernández y M. Mazo. Multimode ultrasonic operation using golay complementary sequences and QPSK modulation. En Proc. of International Conference on Telecommunications, Electronics and Control (TELEC'00), Santiago de Cuba (Cuba), julio 2000.
- [DUM⁺99] V. Díaz, J. Ureña, M. Mazo, J. J. García, E. Bueno y A. Hernández. Using Golay complementary sequences for multi-mode ultrasonic operation. En Proc. of 7th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA'99), páginas 599–604, Barcelona (España), octubre 1999.
- [DUM⁺06] P. Donato, J. Ureña, M. Mazo, C. De Marziani y A. Ochoa. Design and signal processing of a magnetic sensor array for train wheel detection. Sensors and Actuators, 132:516–525, febrero 2006.

- [Eli80] C. M. Elias. An ultrasonic pseudorandom signal-correlation system. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, SU-27(1):1–7, enero 1980.
- [EM78] C. M. Elias y T. J. Moran. A pseudorandom binary noise NDE ultrasonic correlation system. En 1978 Ultrasonics Symposium Proceedings, páginas 311–315, Nueva Jersey (Estados Unidos), septiembre 1978.
- [Eve95] H. R. Everett. Sensors for Mobile Robot. Theory and Applications. A.
 K. Peters, Ltd, Natick, Massachusetts (Estados Unidos), 1995.
- [Fan04] P. Fan. Spreading sequence design and theoretical limits for quasisynchronous CDMA systems. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2004(1):19–31, marzo 2004.
- [FD96] P. Fan y M. Darnell. Sequence Design for communications applications.
 Research studies press LTD., 24 Belvedere Road, Taunton, Somerset, (England), 1996.
- [FFT07] L. Feng, P. Fan y X. Tang. A general construction of OVSF codes with Zero Correlation Zone. *IEEE Signal Processing Letters*, 14(12):908–911, diciembre 2007.
- [FFTL08] L. Feng, P. Fan, X. Tang y K. Loo. Generalized pairwise Zcomplementary codes. *IEEE Signal Processing Letters*, 15:377–379, enero 2008.
- [FH00] P. Fan y L. Hao. Generalized orthogonal sequences and their applications in synchronous CDMA systems. *IEICE Transactions on Fundamentals*, E83-A(11):1–16, noviembre 2000.
- [FNBC75] E. S. Furgason, V. L. Newhouse, N. M. Bilgutay y G. R. Cooper. Application of random signal correlation techniques to ultrasonic flaw detection. *Ultrasonics*, 13:11–17, enero 1975.
- [FSKD99] P. Fan, N. Suehiro, N. Kuroyanagi y X. M. Deng. Class of binary sequences with zero correlation zone. *IEEE Electronic Letters*, 35(10):777–779, mayo 1999.
- [GD95] M. Grayson y M. Darnell. Extended analysis of word synchronisation using sequence correlation techniques. *IEEE Proceedings Communications*, 142(6):357–362, diciembre 1995.

[GM07]	J. M. Groenewald y B. T. Maharaj. Mimo channel synchronization using golay complementary pairs. En <i>Proc. of IEEE AFRICON'07</i> , volumen 1, páginas 1–5, Namibia (África), octubre 2007.
[GN98]	P. Graham y B. Nelson. FPGA-based sonar processing. En Proc. of the 6th ACM/SIGDA International Symposium on Field Programmable Gate Array (FPGA'98), páginas 201–208, San José (Estados Unidos), febrero 1998.
[Gol49]	M. J. Golay. Multi-slit spectrometry. <i>Journal of the Optical Society of America</i> , 39(6):437–444, junio 1949.
[Gol61]	M. J. Golay. Complementary series. <i>IRE Transactions on Information Theory</i> , IT-7:82–87, abril 1961.
[Gol67a]	R. Gold. Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing. <i>IEEE Transactions on Information Theory</i> , IT-13:619–621, octubre 1967.
[Gol67b]	S. W. Golomb. <i>Shift Register Sequences</i> . Holden-Day, Inc, San Francisco, 1967.
[Gol77]	M. J. Golay. Sieves for low autocorrelation binary sequences. <i>IEEE Trans. on Information Theory</i> , 23(1):43–51, enero 1977.
[GUH+04]	J. J. García, J. Ureña, A. Hernández, M. Mazo, J. C. García, F. J. Álvarez, J. A. Jiménez, P. Donato y M. C. Pérez. IR sensor array configuration and signal processing for detecting obstacles in railways. En Proc. of 3rd IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM'04), Sitges (España), julio 2004.
[HB01]	J. Hightower y G. Borriello. Location systems for ubiquitous computing. <i>Computer</i> , 34(8):57–66, agosto 2001.
[Her03]	A. Hernández. Aplicación de arquitecturas reconfigurables al diseño de sistemas sensoriales ultrasónicos. Tesis doctoral, Departamento de Electrónica, Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares (España), 2003.
[HG88]	G. Hayward y Y. Gorfu. A digital hardware correlation system for fast ultrasonic data acquisition in peak power limited applications. <i>IEEE</i> <i>Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control</i> , 35(6):800–808, noviembre 1988.
[HH06]	M. Hazas y A. Hooper. Broadband ultrasonic location systems for improved indoor positioning. <i>IEEE Transactions on Mobile Computing</i> , 5:536–547, mayo 2006.

- [HHWW99] A. Harter, P. Hopper, A. Ward y P. Webster. The anatomy of contextaware application. En Proc. of 5th Annual ACM/IEEE International Conference on Mobile Computing Networking (Mobicom 1999), páginas 1–59, Seatle, Washington (Estados Unidos), agosto 1999.
- [HOB⁺00] G. Hueber, T. Ostermann, T. Bauernfeind, R. Raschhofer y R. Hagelauer. New approach of ultrasonic distance measurement technique in robots applications. En Proc. of 5th International Conference on Signal Processing (ICSP'2000), páginas 2066–2069, Pekin (China), agosto 2000.
- [HSK04] M. Hazas, J. Scott y J. Krumm. Location-aware computing comes of age. *Computer*, 37(2):95–97, febrero 2004.
- [HUG⁺04] A. Hernández, J. Ureña, J. J. García, M. Mazo, D. Herranz, P. Dérutin y Serot J. Ultrasonic ranging sensor using simultaneous emissions from different transducers. *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 51(12):1660–1670, diciembre 2004.
- [HUH⁺03] A. Hernández, J. Ureña, D. Hernanz, J. J. García, M. Mazo, J. P. Dérutin, J. Sérot y S. Palazuelos. Real-time implementation of an Efficient Golay correlator (EGC) applied to ultrasonic sensorial systems. *Microprocessors and Microsystems*, 27(8):397–406, septiembre 2003.
- [HUM⁺06] A. Hernández, J. Ureña, M. Mazo, J. J. García, A. Jiménez y F. J. Álvarez. Reduction of blind zone in ultrasonic transmitter/receiver transducers. Sensors and Actuators, 133(1):96–103, marzo 2006.
- [HW02] M. Hazas y A. Ward. A novel broadband ultrasonic location system. En Proc. of UbiComp: Ubiquitous Computing, páginas 264–280, Göteborg (Suecia), septiembre 2002.
- [HW03] M. Hazas y A. Ward. A high performance privacy-oriented location system. En Proc. of the 1st IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications (PerCom 2003), páginas 216–223, Dallas (Estados Unidos), marzo 2003.
- [Inc08a] Digilent Inc. Digilent nexys2 board reference manual, noviembre 2008. http: //www.digilentinc.com/Data/Products/NEXYS2/Nexys2_rm.pdf.
- [Inc08b] Measurement Specialist Inc. 40 khz omni-directional ultrasound transmitter, application specification documment, noviembre 2008. http://www.meas-spec.com.

- [Inc08c] Mobile Robots Inc. Pioneer 3-dx: The general purpose robot base, noviembre 2008. http://www.activrobots.com/ROBOTS.
- [ISO93] ISO/TC 43 Technical Comittee, Acoustics, Sub-Comittee SC1, Noise.
 Attenuation of sound during propagation outdoors. Part 1: Calculation of the absorption of sound by the atmosphere. Technical Report ISO 9613-1:1993(E), International Organization for Standarization, 1993.
- [JB96] K. W. Jorg y M. Berg. First results in eliminating crosstalk & noise by applying pseudo-random sequences to mobile robot sonar sensing. En Proc. of the 1996 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'96), páginas 40–45, Osaka (Japón), noviembre 1996.
- [JB98] K. W. Jörg y M. Berg. Sophisticated mobile robot sonar sensing with pseudo-random codes. *Robotics and Autonomous Systems*, 25(3–4):241– 251, noviembre 1998.
- [JS05] A. R. Jiménez y F. Seco. Precise localisation of archeological findings with a new ultrasonic 3d positioning sensor. Sensors and Actuators, 123-124:224–233, mayo 2005.
- [Kas68] T. Kasami. Weight distribution formula for some class of cyclic codes. Technical Report R–285, Coordinated Science Lab. University of Illinois, abril 1968.
- [KK95] L. Kleeman y R. Kuc. Mobile robot sonar for target localisation and classification. The international Journal of Robotics Research, 14(4):295–318, agosto 1995.
- [Kle99] L. Kleeman. Fast and accurate sonar trackers using double pulse coding. En Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'99), páginas 1185–1190, Kyongju (Korea), octubre 1999.
- [Kle04] L. Kleeman. Advancec sonar with velocity compensation. International Journal Robotics Research, 23(2):111–126, febrero 2004.
- [KMM07] V. A. Kumar, A. Mitra y P. S. R. Mahadeva. On the effectivity of different pseudo-noise and orthogonal sequences for speech encryption from correlation properties. *International Journal Of Information Technology*, 4(2):145–152, septiembre 2007.
- [Kri03] R. Kristiansen. On the aperiodic autocorrelation of binary sequences, 2003. http://www.ii.uib.no/~raymond/thesis/notes.ps.

- [KSBH05] A. Kassem, M. Sawan, M. Boukadoum y A. Haidar. Perception SoC based on an ultrasonic array of sensors: Efficient DSP core implementation and subsequent experimental results. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2005:1071–1081, 2005.
- [Lah95] J. Lahtonen. On the odd and the aperiodic correlation properties of the Kasami sequences. *IEEE Transactions on Information Theory*, 41(5):1506–1508, septiembre 1995.
- [LCLH04] C. Y. Lai, H. C. Chu, S. S. Liao y C. M. Huang. LA code construction and performance analyis for LAS-2000. En Proc. of IEEE Asia-Pacific Conference on Cicuits and Systems, volumen 2, páginas 793– 796, Tainan (Taiwan), diciembre 2004.
- [LDD94] H. W. Li, M. J. Dallabetta y H. B. Demuth. Measuring the impulse response of linear systems using an analog correlator. En Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems, volumen 5, páginas 65–68, Londres, Inglaterra, junio 1994.
- [Lev99] V. I. Levenshtein. New lower bounds on aperiodic cross-correlation of binary codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(1):284– 288, enero 1999.
- [LF80] B. B. Lee y E. S. Furgason. Pseudo-random codes for multi-mode operation of phased arrays. En *Proc. of IEEE Ultrasonic Simposium*, páginas 941–944, Boston, Massachussetts (Estados Unidos), noviembre 1980.
- [LF82] B. B. Lee y E. S. Furgason. Golay codes for simultaneous multi-mode operation in phased arrays. En *Proc. of Ultrasonic Symposium*, páginas 821–825, San Diego (Estados Unidos), octubre 1982.
- [LGZ07] Q. Li, J. Gao y X. Zhao. The application of the ZCZ sequence pairs set in QS-CDMA system. En 3rd International Workshop on Signal Design and Its Applications in Communications (IWSDA'07), páginas 288–291, Chengdu, (China), septiembre 2007.
- [Li99] D. B. Li. A high spectrum efficient multiple access code. *Chinese Journal of Electronics*, 8:221–226, julio 1999.
- [Li03] D. Li. The perspectives of Large Area Synchronous CDMA technology for the fourth-generation mobile radio. *IEEE Communications Magazine*, 41(3):114–119, marzo 2003.

- [LLK96] W. C. Lin, K. C. Liu y Wang C. K. Differential matched filter architecture for spread spectrum communication systems. *IEEE Electronic Letters*, 32(17):1539–1540, agosto 1996.
- [LZL05] Y. Liao, C. Zhang y X. Lin. M-ary modulation in indoor infrared communication systems enhanced by ZCZ sequences. En Infrared Components and Their Applications. Proc. of SPIE (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers), volumen 5640, páginas 497–503, enero 2005.
- [Mah00] B. R. Mahafza. *Radar Systems Analysis and Design Using Matlab*. Chapman & Hall/CRC, 2000.
- [Mas99] D. P. Massa. Choosing an ultrasonic sensor for proximity or distance measurement. Part 2: Optimizing sensor selection. Technical report, Massa Products Corporation, marzo 1999.
- [ML91] W. Moore y W. Luk. FPGAs, Oxford 1991 international workshop on field programmable logic and applications. Abingdon EE & CS books, Abingdon, 1991.
- [MSH97] W. Mangione-Smith y B. Hutchings. Configurable computing: The road ahead. En Proc. of the Reconfigurable Architectures Workshop (RAW'97), páginas 81–96, Ginebra (Suiza), abril 1997.
- [Nel01] B. E. Nelson. Configurable computing and sonar processing architectures and implementation. En Proc. of IEEE Conference on Signals, Systems and Computers, páginas 56–60, Pacific Grove (Estados Unidos), noviembre 2001.
- [OS00] A. V. Oppenheim y R. W. Schafer. Tratamiento de Señales en Tiempo Discreto (2^a edición). Prentice Hall, Prentice Hall Iberia, Madrid, 2000.
- [PAC93] H. Peremans, K. Audenaert y J. Van Campenhout. A high resolution sensor based on tri-aural perception. *IEEE Transactions on Robotics* and Automation, 9(1):36–48, febrero 1993.
- [PF03] D. Peng y P. Fan. Bounds on aperiodic auto- and cross-correlation of binary sequences with Low or Zero Correlation Zone. En Proc. of the fourth International Conference on Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies (PDCAT'03), páginas 882– 886, Chengdu, (China), agosto 2003.

- [PF04] D. Peng y P. Fan. Generalised Sarwate bounds on the aperiodic correlation of sequences over complex roots of unity. *IEEE Proc. on Communications*, 151(4):375–382, agosto 2004.
- [PG93] G. J. R. Povey y P. M. Grant. Simplified matched filter receiver designs for spread spectrum communications applications. *Electronics* and Communications Engineering Journal, 5(2):59–64, abril 1993.
- [PJG⁺07] J. C. Prieto, A. R. Jiménez, J. I. Guevara, J. L. Ealo, F. A. Seco, J. O. Roa y F. X. Ramos. Subcentimeter-accuracy localization through broadband acoustic transducers. En *IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing (WISP'2007)*, páginas 929–934, Madrid, (España), octubre 2007.
- [PLB+05] H. Peremans, R. Lerch, H. Bruyininckx, D. Clarke, C. Reynaerts, J. Hallam, B. Webb y R. Mueller. Chiroptera inspired robotic cephaloid: a novel tool for experiments in synthetic biology. Technical Report IST-2001-35144, Coordinador: laboratorio de percepción activa de la Universidad de Ámberes, mayo 2005.
- [PMBT01] N. B. Priyantha, A. K. L. Miu, H. Balakrishnan y S. Teller. The Cricket compass for context-aware mobile applications. En Proc. of 7th International Conference on Mobile Computing Networking (Mobicom 2000), páginas 1–14, Roma (Italia), julio 2001.
- [Pol91] Polaroid Corporation. Ultrasonic Ranging Systems, 1991.
- [Pop97] B. M. Popovic. Efficient despreaders for multi-code CDMA systems. En *Proc. of IEEE Universal Personal Communication Record*, volumen 2, páginas 516–520, San Diego (Estados Unidos), octubre 1997.
- [Pop99] B. M. Popovic. Efficient Golay correlator. *IEEE Electronics Letters*, 35(17):1427–1428, agosto 1999.
- [PUH⁺07a] M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, A. Jiménez, W. P. Marnane y F. J. Álvarez. Efficient real-time correlator for LS sequences. En Proc. of IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE'07), páginas 1663–1668, Vigo, (España), junio 2007.
- [PUH⁺07b] M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, C. Marziani, A. Jiménez, J. M. Villadangos y F. J. Álvarez. Ultrasonic beacon-based local positioning system using Loosely Synchronous codes. En *IEEE International* Symposium on Intelligent Signal Processing (WISP'2007), páginas 923– 928, Madrid, (España), octubre 2007.

[PUH ⁺ 08]	M. C. Pérez, J. Ureña, A. Hernández, F. J. Álvarez, A. Jiménez y C. Marziani. Efficient correlator for LS codes generated from orthogonal CSS. <i>IEEE Communications Letters</i> , 12(10):764–766, octubre 2008.
[Qua81]	A. H. Quazi. An overview of the time delay estimate in active and passive systems for target localization. <i>IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing</i> , ASSP-29(3):527–533, junio 1981.
[RC04]	A. Rathinakumar y A. K. Chaturvedi. Mutually orthogonal sets of ZCZ sequences. <i>IEEE Electronics Letters</i> , 40(18):1133–1134, septiembre 2004.
[RC08]	A. Rathinakumar y A. K. Chaturvedi. Complete mutually orthogonal Golay complementary sets from Reed-Muller codes. <i>IEEE Transactions on Information Theory</i> , 54(3):1339–1346, marzo 2008.
[RM01]	C. Randell y H. Muller. Low cost indoor positioning system. En <i>Proc.</i> of the 3rd International Conference on Ubiquitous Computing, páginas 42–48, Atlanta (Estados Unidos), septiembre 2001.
[Sar79]	D. Sarwate. Bounds on crosscorrelation and autocorrelation of sequences (Correspondence). <i>IEEE Transactions on Information Theory</i> , 25(6):720–724, noviembre 1979.
[SB01]	S. Shoval y J. Borenstein. Using coded signals to benefit from ultrasonic sensor crosstalk in mobile robot for obstacle avoidance. En <i>Proc. of</i> <i>International Conference on Robotics and Automation</i> , páginas 2879– 2884, Seoul (Korea), mayo 2001.
[SBH01]	S. Stańzak, H. Boche y M. Haardt. Are LAS-codes a miracle? En <i>Proc.</i> of <i>IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'2001)</i> , volumen 1, páginas 589–593, San Antonio (Estados Unidos), noviembre 2001.
[Sch08]	Google Scholar. http://scholar.google.es, 2008.
[Siv78]	R. Sivaswamy. Multiphase complementary codes. <i>IEEE Transactions</i> on Information Theory, IT-24(5):546–552, septiembre 1978.
[SM88]	N. Suehiro y Hatori M. N-shift cross-orthogonal sequence. <i>IEEE Trans.</i> on Information Theory, 34(1):143–146, enero 1988.
[SP80]	D. V. Sarwate y M. B. Pursley. Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences. <i>Proceedings of the IEEE</i> , 68:593–619, mayo 1980.

- [SW89] G.A.F Seber y C.J. Wild. *NonLinear Regression*. John Wiley & sons, Ltd, West Sussex PO19 8SQ, England, 1989.
- [SYKA98] M. Saito, T. Yamazato, M. Katayama y Ogawa A. New quasisynchronous sequences for CDMA slotted ALOHA systems. *IEICE Transactions on Fundamentals of electronics, communications and computer sciences*, E81-A(11):2274–2280, noviembre 1998.
- [Syl67] J. J. Sylvester. Thoughts on inverse orthogonal matrices, simultaneous sign successions, and tessellated pavements in two or more colours, with applications to Newton's rule, ornamental tile-work, and the theory of numbers. *Philosophical Magazine*, 34:461–475, 1867.
- [Tac92] S. Tachikawa. Recent spreading codes for spread spectrum communications systems. *Electronics and Communications in Japan*, 75(6):41–49, marzo 1992.
- [TF01a] X. H. Tang y P. Z. Fan. Bounds on aperiodic and odd correlations of spreading sequences with low and zero correlation zone. *IEEE Electronic Letters*, 37(19):1201–1203, septiembre 2001.
- [TF01b] X. H. Tang y P. Z. Fan. A class of pseudonoise sequences over GF(P) with low correlation zone. *IEEE Electronic Letters*, 47(4):1644–1649, mayo 2001.
- [TFB01] C.-C. Tong, J. F. Figueroa y E. Barbieri. A method for short or long range time-of-flight measurements using phase-detection with an analog circuit. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 50(5):1324–1328, octubre 2001.
- [TL72] C. C. Tseng y C. L. Liu. Complementary sets of sequences. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-18(5):644–652, septiembre 1972.
- [Tou80] P. Tournois. Acoustical imaging via coherent reception of spatially coloured transmissions. En 1980 Ultrasonics Symposium Proceedings, páginas 747–750, Boston, Massachussetts (Estados Unidos), noviembre 1980.
- [TP97] B. S. E. Tan y G. J. R. Povey. Low complexity spread spectrum correlator. *IEEE Electronic Letters*, 33(14):1204–1205, julio 1997.
- [TSG00] CDMA2000 Technical Specification Group TSG-C. Physical layer specification for LAS-2000. Technical Report Physical-

Layer-Spec-01. Versión 0.2.5., China Wireless Telecommunication Standards (CWTS), junio 2000.

- [Tur76] G. L. Turin. An introduction to digital matched filters. En *Proc. of IEEE*, volumen 64, julio 1976.
- [TZW08] Y. Tsai, G. Zhang y X. Wang. Polyphase codes for uplink OFDM-CDMA systems. *IEEE Transactions on Communications*, 56(3):435– 444, marzo 2008.
- [UHJ⁺07] J. Ureña, A. Hernández, A. Jiménez, J. M. Villadandos, M. Mazo, J. C. García, J. J. García, F. J. Álvarez, C. De Marziani, M. C. Pérez, J. A. Jiménez, A. R. Jiménez, y F. Seco. Advanced sensorial system for an acoustic LPS. *Microprocessor and Microsystems*, 31:393–401, septiembre 2007.
- [UMG⁺99] J. Ureña, M. Mazo, J. J. García, A. Hernández y E. Bueno. Correlation detector based on a FPGA for ultrasonic sensors. *Microprocessors and Microsystems*, 23(1):25–33, junio 1999.
- [Ure98] J. Ureña. Contribución al diseño e implementación de un sistema sonar para la automatización de un vehículo industrial. Tesis doctoral, Departamento de Electrónica, Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares (Madrid), 1998.
- [Vit90] A. J. Viterbi. Very low rate convolutional codes for maximum theoretical performance of spread-spectrum multiple-access channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 8:641–649, mayo 1990.
- [VUM⁺07] J. M. Villadangos, J. Ureña, M. Mazo, A. Hernández, C. Marziani, M. C. Pérez, F. J. Álvarez, J. J. García, A. Jiménez, y I. Gude. Ultrasonic Local Positioning System with large covered area. En *IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing (WISP'2007)*, páginas 935–940, Madrid, (España), octubre 2007.
- [WA07] S. Wang y A. Abdi. MIMO ISI channel estimation using uncorrelated Golay complementary sets of polyphase sequences. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 56(5):3024–3039, septiembre 2007.
- [Wal23] J. L. Walsh. A closed set of normal orthogonal functions. *American Journal of Mathematics*, 45(1):5–24, enero 1923.
- [Wei91] M. Weiser. The computer for the twenty-first century. *Scientific American*, 264(3):94–104, septiembre 1991.

- [Wel60] G. R. Welti. Quaternary codes for pulse radar. *IRE Trans. on Information Theory*, IT-6:400–408, junio 1960.
- [Wel74] L. R. Welch. Lower bounds on the maximum cross-correlation of signals. *IEEE Transactions on Information Theory*, 20(3):397–399, mayo 1974.
- [WMRR72] R. C. Waag, J. B. Myklebust, W. L. Rhoads y Gramiak R. Intrumentation for noninvasive cardiac chamber flow rate measurement. En Proc. of Ultrasonics Simposium, páginas 74–77, Boston, Massachussetts (Estados Unidos), octubre 1972.
- [Woo02] T. Woo. Orthogonal variable spreading codes for wideband CDMA. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 51(4):700–709, julio 2002.
- [WR79] R. Wilson y J. Ritcher. Generation and performance of quadraphase Welti codes for radar and synchronization of coherent and differentially coherent psk. *IEEE Trans. on Communications*, 27(9):1296–1301, septiembre 1979.
- [Xil07] Xilinx. Virtex-II Pro and Virtex-II Pro X FPGA User Guide, noviembre 2007.
- [Xil08a] Xilinx. Spartan-3 Generation FPGA User Guide, junio 2008.
- [Xil08b] Xilinx. Spartan-3E FPGA Family Complete Datasheet, product specification, abril 2008.
- [Xil08c] Xilinx. Virtex-5 FPGA User Guide, mayo 2008.
- [Xil08d] Inc. Xilinx. http://www.xilinx.com, 2008.
- [YLHC07] G. Ye, J. Li, A. Huang y H. Chen. A novel ZCZ code based on m-sequences and its applications in CDMA systems. *IEEE Communications Letters*, 11(6):465–467, junio 2007.
- [ZLH04] C. Zhang, X. Lin y M. Hatori. New sequence pairs with ear zero correlation windows. En Proc. of IEEE International Conference on Communications, volumen 6, páginas 3261–3264, París (Francia), junio 2004.
- [ZLH05] C. Zhang, X. Lin y M. Hatori. Novel sequence pair and set with Three Zero Correlation windows. *IEICE Transactions on Communications*, E88-B(4):1517–1522, abril 2005.
- [ZYH05] C. Zhang, S. Yamada y M. Hatori. General method to construct LS codes by complete complementary sequences. *IEICE Trans. on Wireless Communications Technologies*, E88-B(8):3484–3487, agosto 2005.